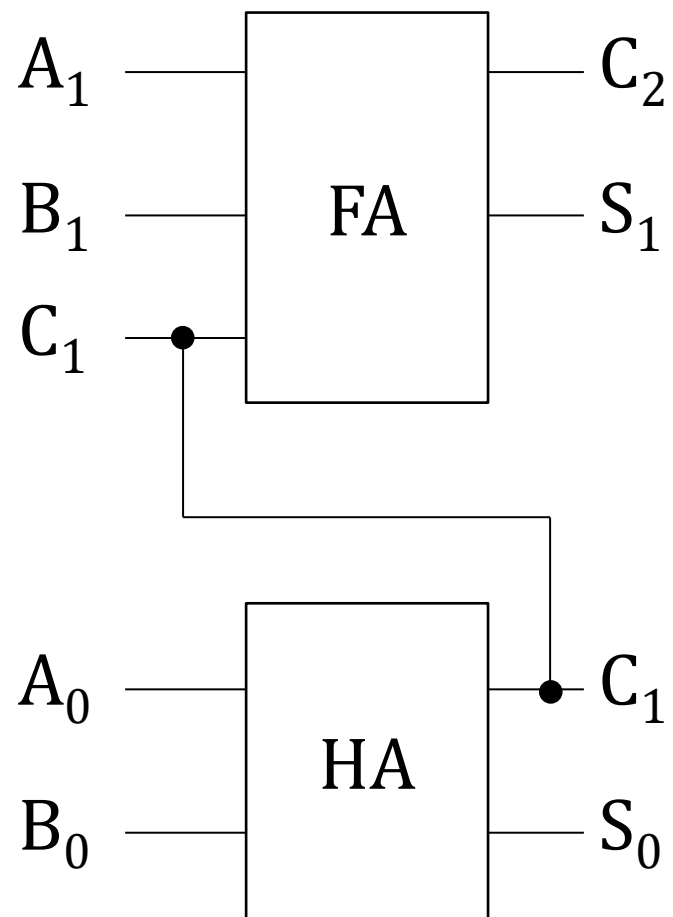


# デジタル回路講義資料

## 第7回 カルノー図

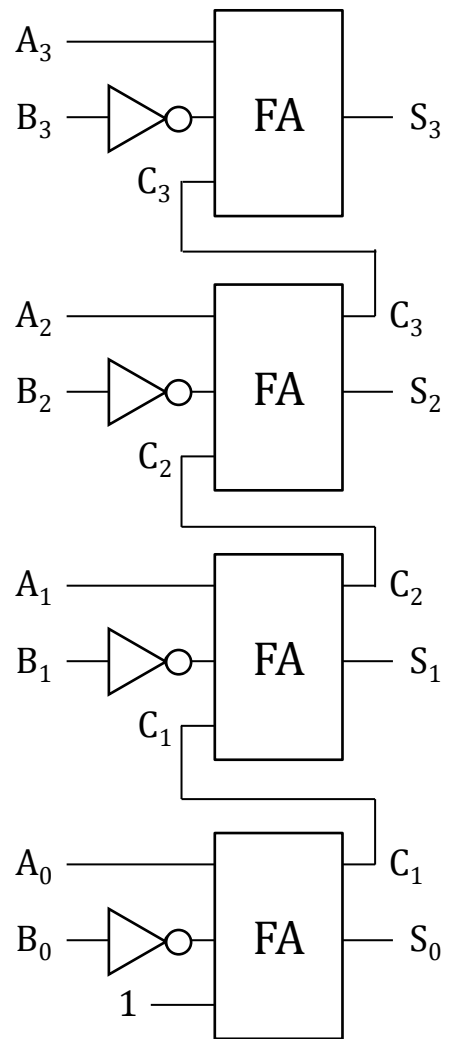
担当：古橋武

Step 6 製作課題解答 2桁の足し算回路 解答



# Step 6 レポート課題解答 引き算回路 解答

$$\begin{array}{r} A_3A_2A_1A_0 \\ - B_3B_2B_1B_0 \\ \hline S_3S_2S_1S_0 \end{array}$$



## 2の補数表現（正負の整数を以下の規則で定義する。）

	2進法	10進法
最上位ビット が1のとき は負の数	1 1 1	- 1
	1 1 0	- 2
	1 0 1	- 3
	1 0 0	- 4
最上位ビット が0のとき は0もし くは正の数	0 1 1	3
	0 1 0	2
	0 0 1	1
	0 0 0	0

## 2の補数表現（正負の整数を以下の規則で定義する。）

	2進法	10進法
最上位ビット トが0のとき は0もしくは は正の数	0 1 1	3
	0 1 0	2
	0 0 1	1
	0 0 0	0
最上位ビット トが1のとき は負の数	1 1 1	- 1
	1 1 0	- 2
	1 0 1	- 3
	1 0 0	- 4

2の補数表現を用いると, 3ビット(3桁)の場合, 足し算結果が  
-4~3の範囲内にある限り, 足し算に関して「閉じている」.

	1	3	2	-1
+	1	+(-2)	+(-3)	+(-2)
<hr/>				
	2	1	-1	-3

	001	011	010	111
+	001	+ 110	+ 101	+ 110
<hr/>				
	010	<del>1</del> 001	111	<del>1</del> 101

オーバーフローは無視する

足し算結果が4以上, -5以下となる組み合わせは**禁止**する.

$$\begin{array}{r} 2 \\ + 2 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -3 \\ + (-2) \\ \hline -5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 010 \\ + 010 \\ \hline 100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ + 110 \\ \hline \boxed{\times}1001 \end{array}$$

結果が違  
ってしまう.

結果が違  
ってしまう.

# 2の補数表現

2進法    10進法

0 1 1	3
0 1 0	2
0 0 1	1
0 0 0	0
1 1 1	-1
1 1 0	-2
1 0 1	-3
1 0 0	-4

符号反転は, 0/1反転して1を足す.

011	(3)	110	(-2)
↓		↓	
100		001	
+ 1		+ 1	
↓		↓	
101	(-3)	010	(2)



引き算は符号反転して足し算をすればよい。

$a - b$  の計算は,  $a + (-b)$  とする。

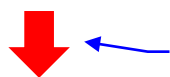
具体例

$$\begin{array}{r} 3 \\ - 2 \\ \hline 1 \end{array}$$



符号反転 (2 を  $-2$  に変換) するには

010



0, 1 反  
転して

101

+ 001

1を足す

110

- 2 となる



$$\begin{array}{r} 3 \\ + (-2) \\ \hline 1 \end{array}$$

を実行する

$$\begin{array}{r} 011 \\ + 110 \\ \hline 1001 \end{array}$$

オーバーフローは無視する

# カルノー図

真理値表(1)

$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1



# カルノー図



# カルノー図

真理値表(1)

$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1



$X_2$

# カルノー図

		$X_1 X_0$			
		00	01	11	10
		<hr/>			
	0				
	1				

# カルノー図

真理値表(1)

$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1



$X_2$

0  
1

# カルノー図

$X_1 X_0$

	00	01	11	10
0			1	
1				

# カルノー図

真理値表(1)

$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1



$X_2$

# カルノー図

		$X_1 X_0$			
		00	01	11	10
$X_2$	0			1	
	1				1

# カルノー図

真理値表(1)

$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1



$X_2$

# カルノー図

		$X_1 X_0$			
		00	01	11	10
$X_2$	0			1	
	1	1		1	1

# カルノー図

真理値表(1)

$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1



$X_2$

# カルノー図

$X_1 X_0$

	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	0	1	1

# カルノー図

真理値表(1)

$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1



# カルノー図

$X_1 X_0$

	00	01	11	10
$X_2$ 0	0	0	1	0
$X_2$ 1	0	0	1	1

$$Y = X_2 X_1 \bar{X}_0 + X_2 X_1 X_0$$
$$= X_2 X_1$$



# カルノー図

真理値表(1)

$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1



$X_2$

# カルノー図

$X_1 X_0$

	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	0	1	1

$X_0$ と $\bar{X}_0$ の両方を含んでいるので、 $X_0$ を消せる。

$$Y = X_2 X_1 \bar{X}_0 + X_2 X_1 X_0$$

$$= X_2 X_1$$

# カルノー図

真理値表(1)

$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1



$X_2$

0と1の両方を含む項は消去できる。

$X_1 X_0$

	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	0	1	1

$X_0$ と $\bar{X}_0$ の両方を含んでいるので、 $X_0$ を消せる。

$$\begin{aligned}
 Y &= X_2 X_1 \bar{X}_0 + X_2 X_1 X_0 \\
 &= X_2 X_1
 \end{aligned}$$

# カルノー図

真理値表(1)

$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

$X_2, X_1$  はそれぞれ1しか含まないので  $X_2, X_1$  が残る.

0と1の両方を含む項は消去できる.



$X_2$

	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	0	1	1

$X_1 X_0$

$X_0$  と  $\bar{X}_0$  の両方を含んでいるので,  $X_0$  を消せる.

$$Y = X_2 X_1 \bar{X}_0 + X_2 X_1 X_0 = X_2 X_1$$

# カルノー図

真理値表(1)

$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1



# カルノー図

		$X_1X_0$			
		00	01	11	10
$X_2$	0	0	0	1	0
	1	0	1	1	0

$$Y = \bar{X}_2 X_1 X_0 + X_2 X_1 X_0$$
$$= X_1 X_0$$

$$Y = X_2 X_1$$

# カルノー図

真理値表(1)

$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

$X_2$ は0と1  
を含むの  
で $X_2$ を消  
せる.



# カルノー図

$X_1 X_0$

	00	01	11	10
$X_2$	0	0	1	0
	0	1	1	0

$\bar{X}_2$ と $X_2$ の両方を  
含んでいるので、  
 $X_2$ を消せる.

$$Y = \bar{X}_2 X_1 X_0 + X_2 X_1 X_0 = X_1 X_0$$

$$Y = X_2 X_1$$

# カルノー図

真理値表(1)

$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1



$X_2$

# カルノー図

$X_1 X_0$

	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	0	1	1

# カルノー図

真理値表(1)

$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1



# カルノー図

$X_1 X_0$

	00	01	11	10
$X_2$ 0	0	0	1	0
1	0	0	1	1

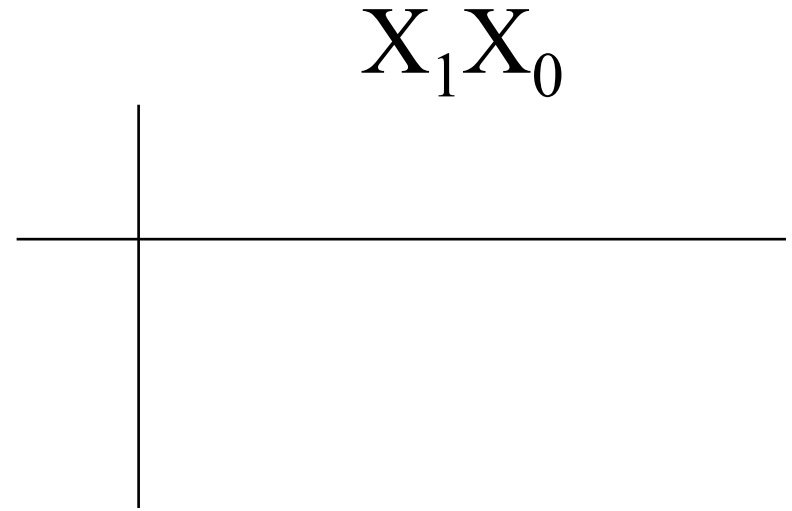
$$Y = X_2 X_1 + X_1 X_0$$

## 真理值表(2)

$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1



$X_2$





## 真理值表(2)

$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1



		$X_1 X_0$			
		00	01	11	10
$X_2$	0				
	1				

## 真理值表(2)

$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1



		$X_1 X_0$			
		00	01	11	10
$X_2$	0	1	1	1	0
	1	1	1	1	0

## 真理值表(2)

$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1



		$X_1 X_0$			
		00	01	11	10
$X_2$	0	1	1	1	0
	1	1	1	1	0

$$Y = X_0$$

真理値表(2)

$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1



$X_1 X_0$

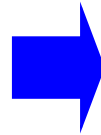
	00	01	11	10
$X_2$ 0	1	1	1	0
1	1	1	1	0

$X_2, X_1$ はそれぞれ 0, 1 を含むので  $X_2, X_1$ を消せる.

$Y = X_0$

真理値表(2)

$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1



$X_2, X_1$ はそれぞれ 0, 1 を含むので  $X_2, X_1$ を消せる.

$X_1 X_0$

		00	01	11	10
$X_2$	0	1	1	1	0
	1	1	1	1	0

$Y = \overline{X_1}$

$Y = X_0$

真理値表(2)

$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1



$X_1 X_0$

		00	01	11	10
$X_2$	0	1	1	1	0
	1	1	1	1	0

$X_2, X_1$ はそれぞれ 0, 1 を含むので  $X_2, X_1$ を消せる.

$X_2, X_0$ がそれぞれ 0, 1 を含むので  $X_2, X_0$ を消せる.

$$Y = \overline{X_1}$$

$$Y = X_0$$

## 真理值表(2)

$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1



		$X_1 X_0$			
		00	01	11	10
$X_2$	0	1	1	1	0
	1	1	1	1	0

$$Y = \overline{X_1} + X_0$$

1を囲う方針：

真理値表(3)

$X_3$	$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

カルノー図

$X_1X_0$

$X_3X_2$



1を囲う方針：

真理値表(3)

$X_3$	$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

カルノー図

		$X_1X_0$			
		00	01	11	10
$X_3X_2$	00				
	01				
	11				
	10				

1を囲う方針：

真理値表(3)

$X_3$	$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

カルノー図

		$X_1X_0$			
		00	01	11	10
$X_3X_2$	00	1	1	1	1
	01	1	1	1	1
	11	1	1	0	0
	10	1	0	1	0

1を囲う方針：

真理値表(3)

$X_3$	$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

カルノー図

		$X_1X_0$			
		00	01	11	10
$X_3X_2$	00	1	1	1	1
	01	1	1	1	1
	11	1	1	0	0
	10	1	0	1	0

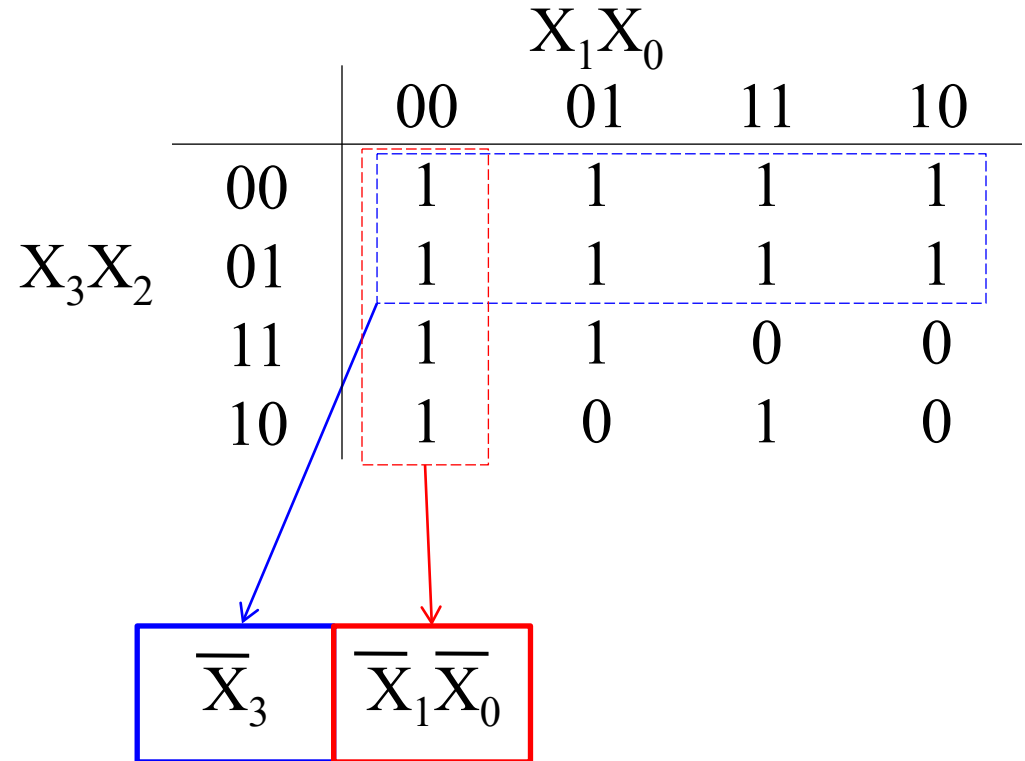
$\overline{X_3}$

1を囲う方針：

真理値表(3)

$X_3$	$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

カルノー図

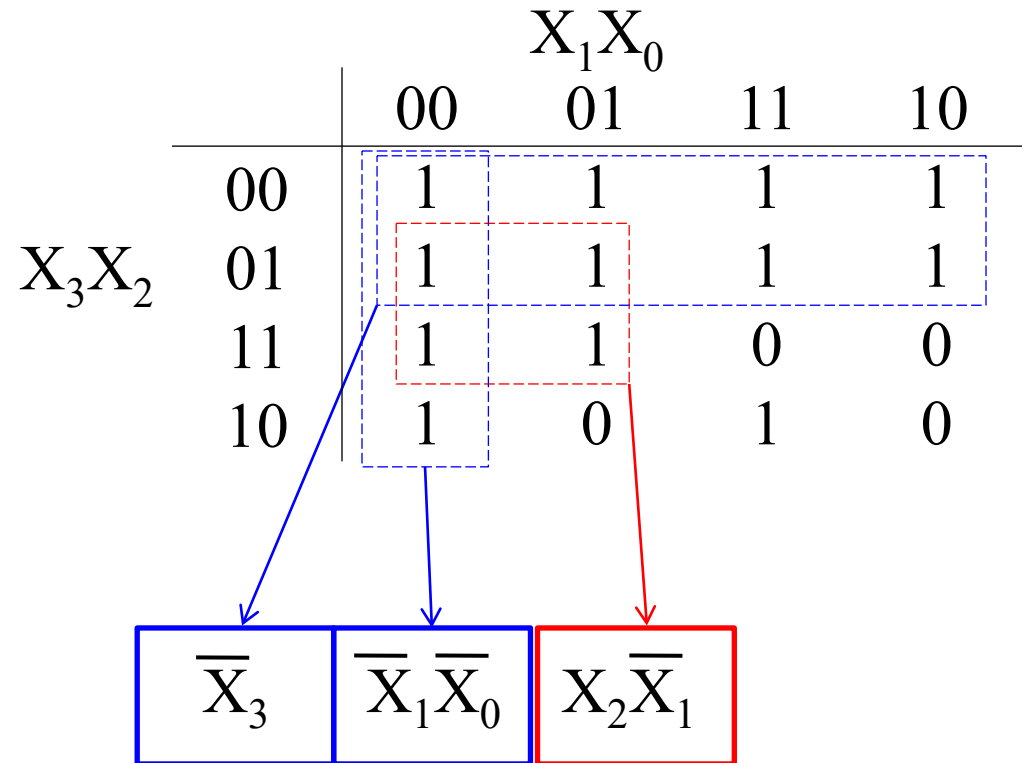


1を囲う方針：

真理値表(3)

$X_3$	$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

カルノー図

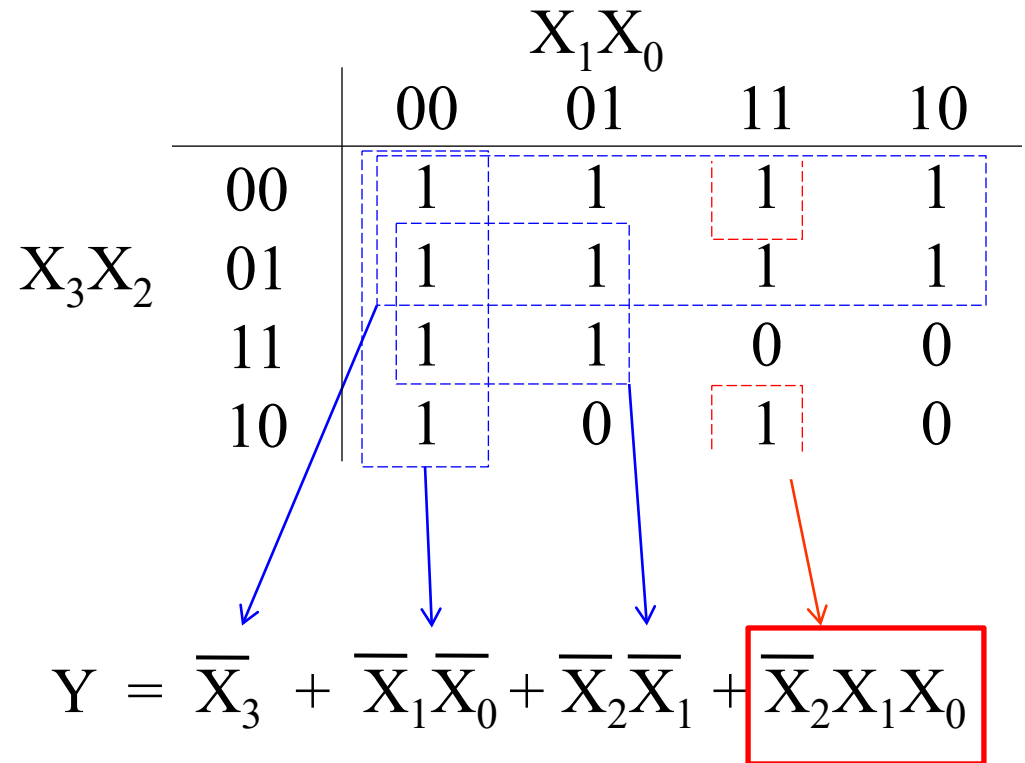


1を囲う方針：

真理値表(3)

$X_3$	$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

カルノー図

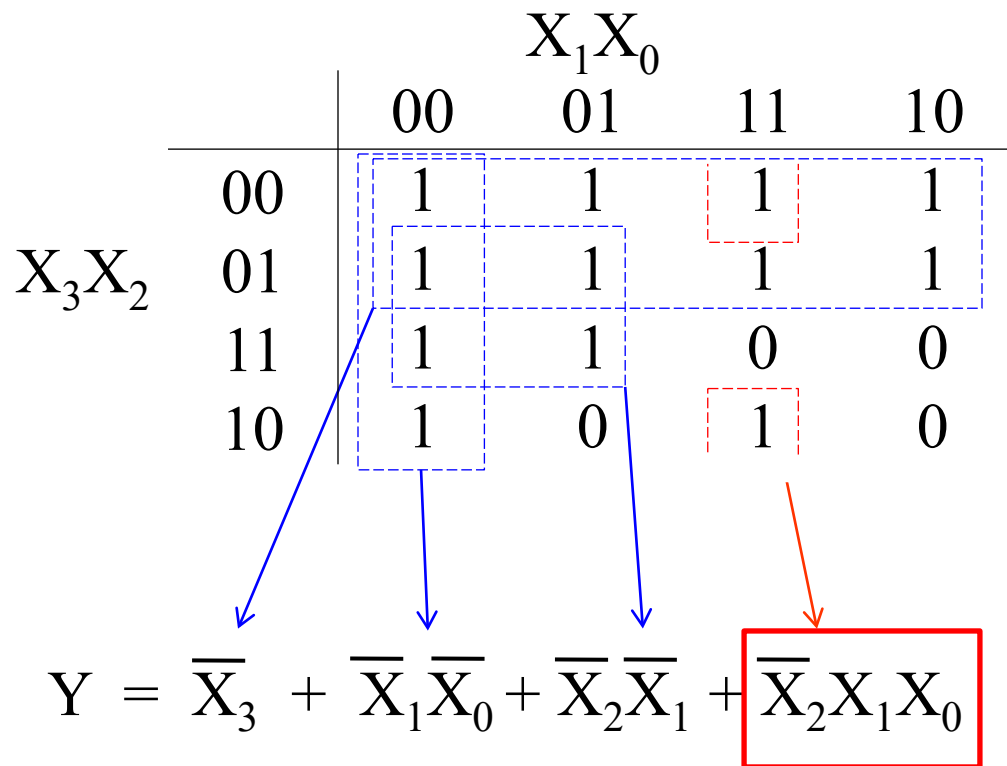


真理値表(3)

$X_3$	$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

- 1を囲う方針：
- ① 2のべき乗個(2, 4, 8, ...)の1を囲う。
  - ② できるだけ多くの1を含むように囲う。
  - ③ 表は循環している。

カルノー図



# STEP5 レポート課題解答

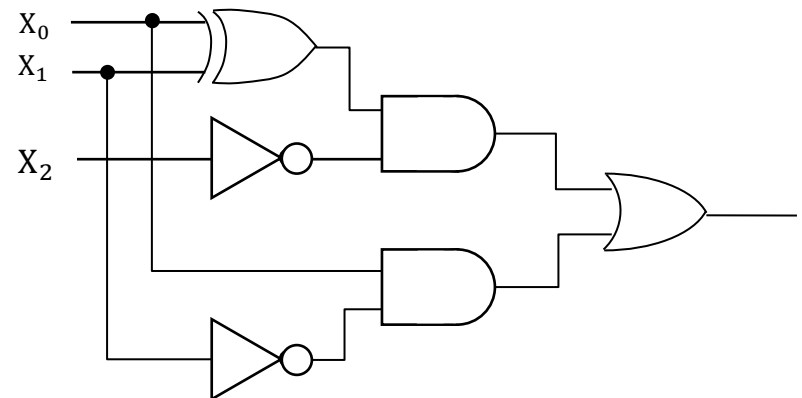
カルノー図による解法

(1)

$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

		$X_1X_0$			
		00	01	11	10
$X_2$	0	0	1	0	1
	1	0	1	0	0

$$Y = \bar{X}_2\bar{X}_1X_0 + \bar{X}_2X_1\bar{X}_0 + \bar{X}_1X_0$$
$$= \bar{X}_2(\bar{X}_1X_0 + X_1\bar{X}_0) + \bar{X}_1X_0$$



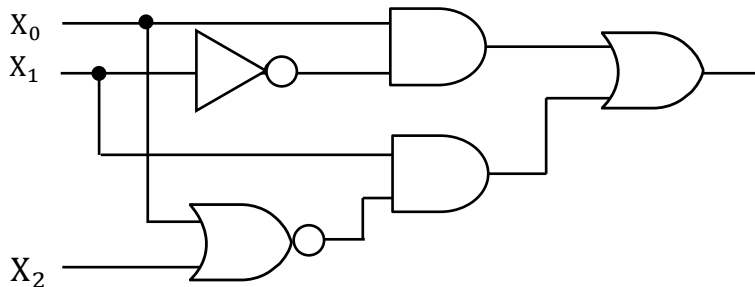


# STEP5 レポート課題解答 別解

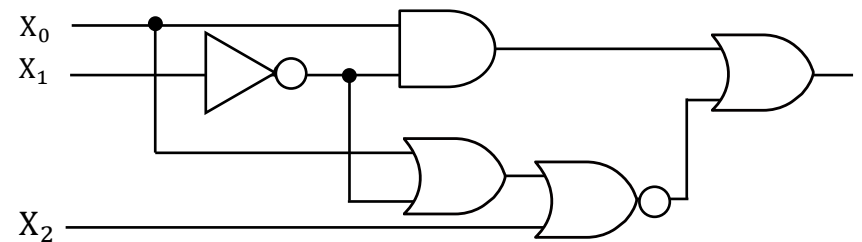
(1)

$X_3$	$X_2$	$X_1$	$Y$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

$$\begin{aligned}
 Y &= \bar{X}_2\bar{X}_1X_0 + \bar{X}_2X_1\bar{X}_0 + X_2\bar{X}_1X_0 \\
 &= \bar{X}_2X_1\bar{X}_0 + \bar{X}_1X_0 \\
 &= X_1\overline{\bar{X}_2\bar{X}_0} + \bar{X}_1X_0 \\
 &= X_1\overline{\bar{X}_2 + X_0} + \bar{X}_1X_0
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 Y &= \bar{X}_2\bar{X}_1X_0 + \bar{X}_2X_1\bar{X}_0 + X_2\bar{X}_1X_0 \\
 &= \bar{X}_2X_1\bar{X}_0 + \bar{X}_1X_0 \\
 &= \overline{\bar{X}_2X_1\bar{X}_0} + \bar{X}_1X_0 \\
 &= \overline{\bar{X}_2 + X_1 + X_0} + \bar{X}_1X_0
 \end{aligned}$$



# STEP5 レポート課題解答(2)

カルノー図による解法

$X_3$	$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

カルノー図

$X_1X_0$

$X_3X_2$

# STEP5 レポート課題解答(2)

カルノー図による解法

$X_3$	$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

カルノー図

		$X_1X_0$			
		00	01	11	10
$X_3X_2$	00	1	1	1	1
	01	1	1	1	1
	11	1	1	0	0
	10	1	1	0	0

# STEP5 レポート課題解答(2)

カルノー図による解法

$X_3$	$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

$X_3X_2$

カルノー図

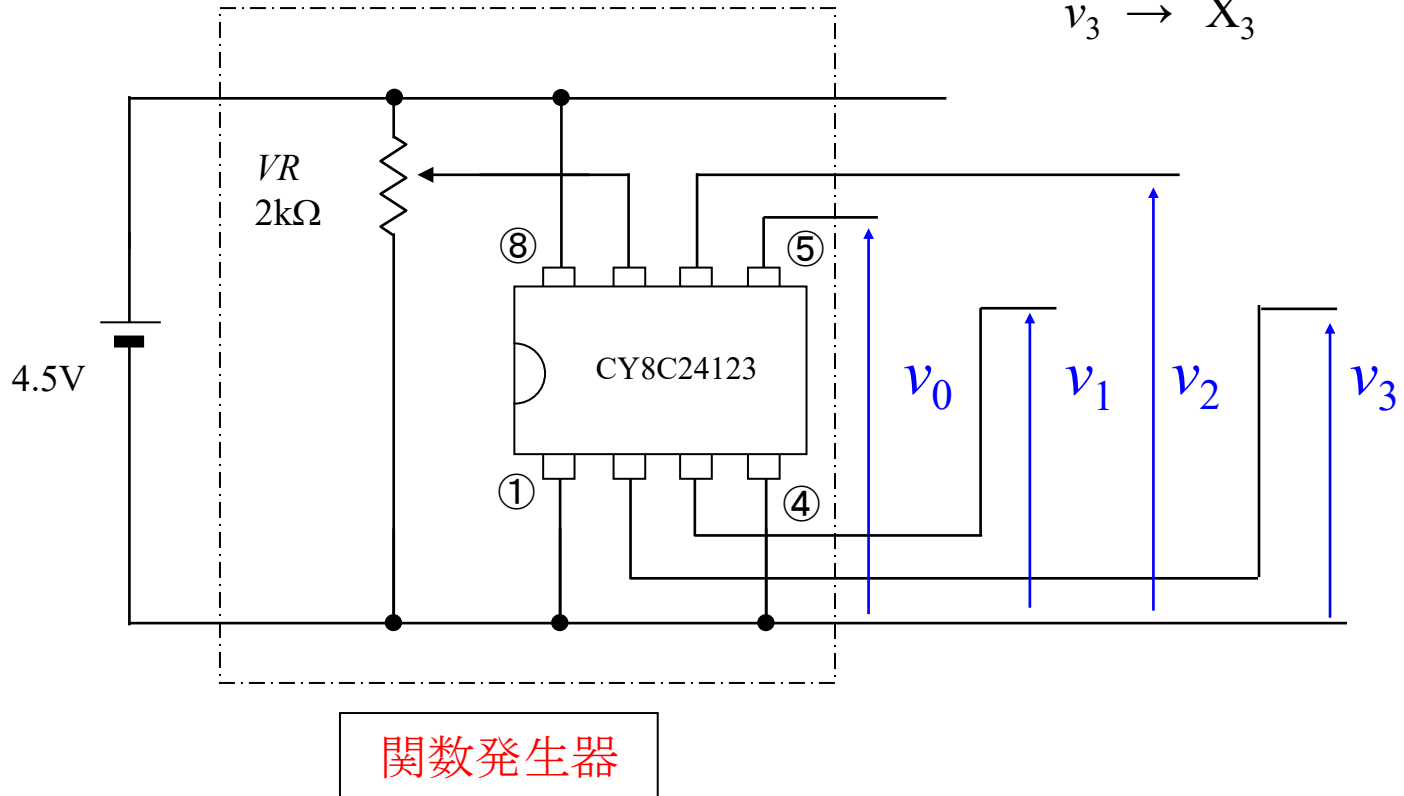
		$X_1X_0$			
		00	01	11	10
$X_3X_2$	00	1	1	1	1
	01	1	1	1	1
	11	1	1	0	0
	10	1	1	0	0

$$\begin{aligned}
 Y &= \bar{X}_3 + \bar{X}_1 \\
 &= \overline{X_3 X_1} \\
 &= \overline{X_3 X_1}
 \end{aligned}$$

**STEP7 製作課題** 以下の真理値表を実現する組み合わせ論理回路を4個以下の**論理回路**を用いて設計・製作せよ。論理回路はAND, OR, NOT, NAND, NOR, XORのいずれを用いても良い。カルノー図を用いて基本論理式を導出すること。設計した論理式と論理回路も合わせて提出して、TAのチェックを受けること。

$X_3$	$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

$v_0 \rightarrow X_0$   
 $v_1 \rightarrow X_1$   
 $v_2 \rightarrow X_2$   
 $v_3 \rightarrow X_3$



**STEP7 レポート課題** 以下の真理値表を実現する組み合わせ論理回路を設計せよ。カルノー図を用いて基本論理式を導出すること。設計した論理式と論理回路も合わせて提出せよ。

**(ボーナス課題)** この論理回路を製作してTAのチェックを受ければ、小問1問につき+1点とする。(締め切り: 次回の講義開始時点)

(1) (論理回路2個)

$X_3$	$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

(2) (論理回路3個)

$X_3$	$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0