

モータドライブノート II

DCモータの理論

本稿掲載の Web ページ

http://mybook-pub-site.sakura.ne.jp/Motor_Drive_note/index.html

古橋 武

目次

第 2 章 DC モータの理論	2
2.1 DC モータの構造とトルクの発生	2
2.2 逆起電力	9
2.3 小型 DC モータの構造とトルクの発生	13
2.3.1 小型 DC モータの構造	13
2.3.2 トルク（回転力）の発生	15
2.3.3 <i>Bli</i> 則と磁極の吸引・反発との関係	16
2.3.4 電機子反作用	17
2.4 モータの等価回路と制御系のブロック線図	17
2.5 DC モータのシミュレーション	17
2.5.1 DC モータのパラメータの計測	17
2.5.2 DC モータのシミュレーション式	17
2.5.3 インバータの出力電流対出力電圧特性	17
2.6 回転数制御系のボード線図	17
2.6.1 回転数制御系の開ループ伝達関数	17
2.6.2 ボード線図	17
2.6.3 安定解析	17
2.6.4 PI 制御系の安定解析	17
第 A 章 索引	18
参考文献	19

第2章 DCモータの理論

2.1 DCモータの構造とトルクの発生

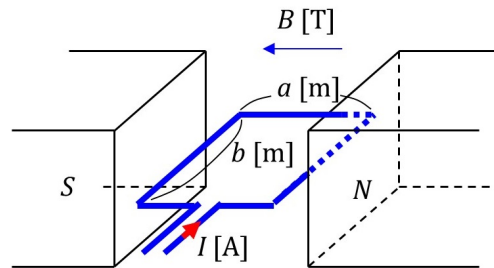


図 2.1: トルク発生の様子 (1)

図 2.1 は永久磁石の N 極と S 極が向き合い、磁束密度 B [T] の一様な磁界中に辺の長さが a , b [m] のコイルが置かれ、そのコイルには電流 I [A] が流れている様子を示します。コイルに働く力はフレミングの左手の法則により説明されます。

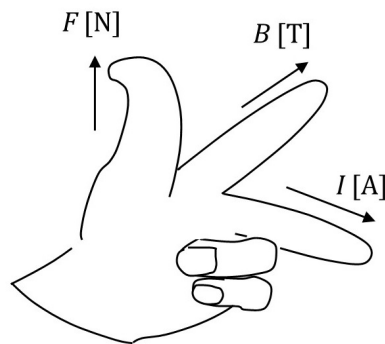


図 2.2: フレミングの左手の法則

図 2.2 のように左手の親指，人差し指，中指を互いに 90° となるように立てると，人差し指の方向に磁束密度 B [T]，中指の方向に電流 I [A] があるとき親指の方向に力 F [N] が発生します。

従って，図 2.1 のコイルには図 2.3 に示すように， b [m] の長さのコイル辺にそれぞれ図示の方向に力 F [N] が発生します。図中の \times 印は電流が紙面に垂直に表側から裏側へ

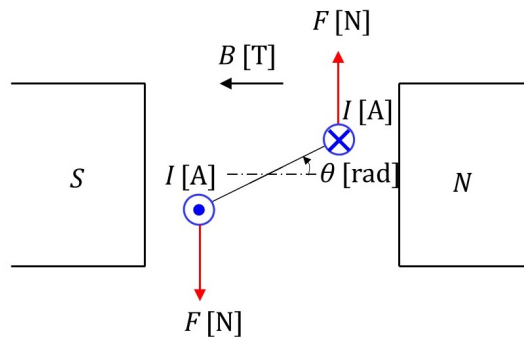


図 2.3: トルク発生の様子 (2)

と流れていることを表します。矢の羽を後ろから見た絵を連想してください。また、●印は反対に裏側から表側へ流れていることを表します。矢の頭を前から見たイメージです。これらの力は図の例では反時計方向にコイルを回転させる力となります。 a [m] のコイル辺でも力は発生していますが、それぞれ真反対の方向に引っ張る力であり打ち消しあっています。

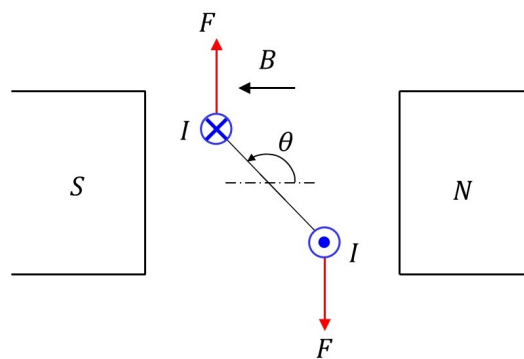


図 2.4: トルク発生の様子 (3)

図 2.4 の位置にコイルがあるときに発生する力は時計方向の回転力となります。一辺のコイルに発生する力 F [N] は Bli 則により

$$F = BbI[\text{N}] \quad (2.1)$$

です。回転力に寄与する成分は図 2.5 のようにコイルの回転角度 θ を定めると、 $F \cos \theta$ で与えられます。二辺のコイルに発生するトルク（回転力） τ [Nm] は

$$\begin{aligned} \tau &= 2F \cos \theta \times \frac{a}{2} \\ &= BabI \cos \theta [\text{Nm}] \end{aligned} \quad (2.2)$$

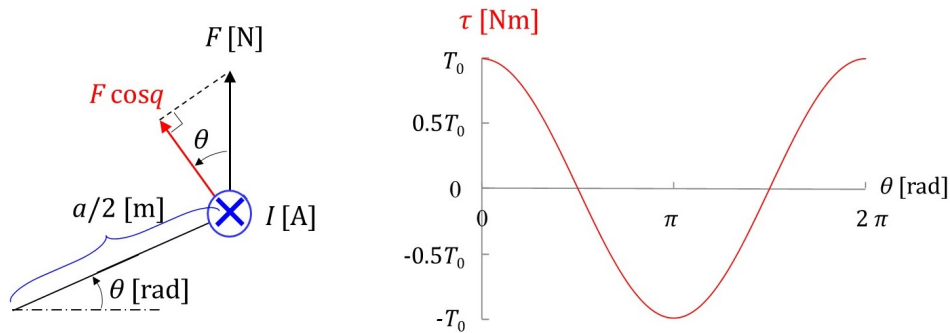


図 2.5: トルク τ と回転角度 θ の関係

です。

この回転力成分は反時計方向の回転力を正とします。同図には回転角度 θ とトルク τ の関係を示してあります。

$$T_0 = BabI \quad (2.3)$$

です。

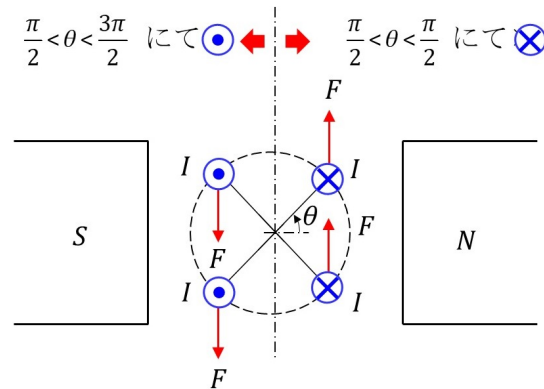


図 2.6: 回転角度 θ によらず反時計方向のトルク τ を得るには

回転角度 θ によらず反時計方向のトルクを得られるようにするには図 2.6 に示すように破線の左右で電流の向きを切り替える必要があります。すなわち、 $-\pi/2 < \theta < \pi/2$ の範囲では \otimes 、 $\pi/2 < \theta < 3\pi/2$ 範囲では \odot の向きに電流が流れるようにします。

この切り替えを実現する機構が**ブラシ・整流子**です。図 2.7 にその構造を示します。整流子は円筒が左右対称に 2 等分されていて、それぞれコイルの両端に連結されています。整流子はコイルと一体となって図中の赤色矢印の方向に回転します。ブラシは、一対からなり、各ブラシの一端が電源 E に接続され、もう一端が整流子表面に接触するように

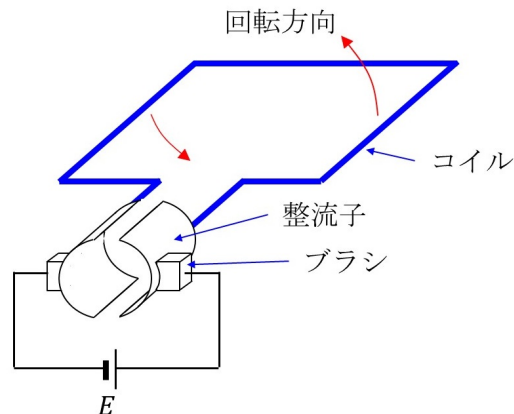


図 2.7: ブラシ・整流子の機構

設置されています。ブラシは、整流子を挟んで向き合って配置され、回転しないように固定されています。

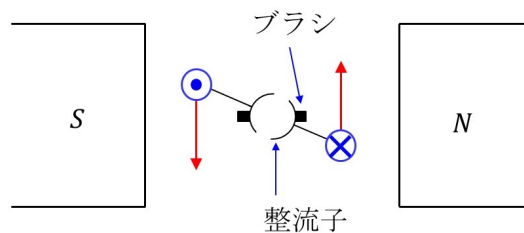


図 2.8: ブラシ・整流子によるコイル電流の向き

この機構によりコイルに流れる電流の向きは図 2.8 のようになり、図 2.6 の切り替えを実現します。

回転力成分 $\tau = F \cos \theta$ は図 2.9 に示すように常に正の値となります。整流子が回転することで $\theta = \pi/2, 3\pi/2$ の位置に来たときには、2 つの整流子が同じブラシに接するか、もしくは両方とも離れる事態となりますが、この瞬間はとても短いとして無視します。

図 2.9 の回転力によりモータを反時計方向に回転させ続けることができます。しかし、回転力は角度 θ に大きく依存します。回転力を平滑化する工夫の一つを図 2.10 に示します。コイルを 3 つ設け、整流子は図示のように円周を 6 等分して、それぞれコイルの端に連結します。これらコイルと整流子が一体となって回転角度 θ の方向に回転する機構とします。この工夫により、図示のように水平の位置に近いコイルにのみ電流が流れます。

回転力は図 2.11 に示すように平滑化されます。しかし、図 2.10 の機構では 2 / 3 のコイルは回転力に全く寄与していません。

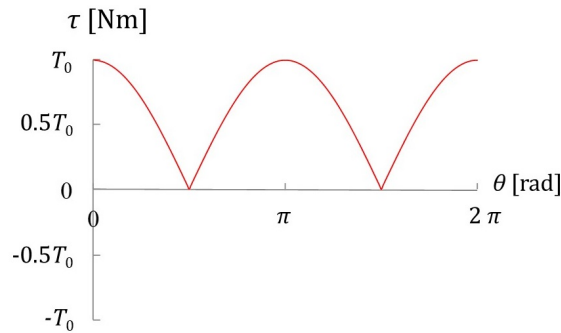


図 2.9: ブラシ・整流子による回転力

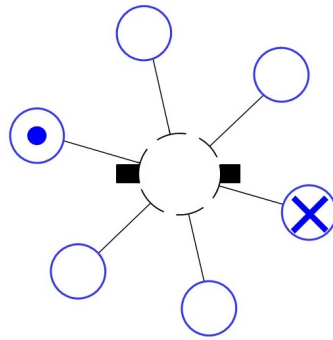


図 2.10: 回転力の平滑化機構 1

さらなる工夫を図 2.12 に示します。3つのコイルに 1, 2, 3 の番号を付けます。例えばコイル 1 の両端は 1, 1' と記してあります。整流子は円周を 3 等分してあります。各コイルの端を図示のように整流子と連結します。なおブラシはこれまでの位置から回転角度 θ 方向に 90° 回転させた位置に固定してあります。同図 (a) には電流の経路を矢印で示してあります。例えば上側のブラシから入った電流はコイル端の 1 と 3' に分流し、1 から入った電流は 1' から出てきて下側のブラシを通過して電源 E に帰って行きます。3' から入った電流は 3 から出てきて、2' に入り、2 から出てきて下側のブラシを通過して電源 E に帰って行きます。電源 E と各コイル端との接続状態は同図 (b) のようになります。ここで、同図 (a) の矢印に示すようにコイル・整流子が反時計方向に回転するとします。この回転によるコイルと電源の接続状態における移動方向のイメージを同図 (b) に矢印で示します。

図 2.12 の位置からコイル・整流子が 60° 回転した場合を図 2.13 に示します。電源とコイルの接続状態は同図 (b) に示すとおりとなります。コイルに流れる電流は、上下のブラシを通る直線で左右を分けたとき、右反面にあるコイル辺において \times 方向であり、左

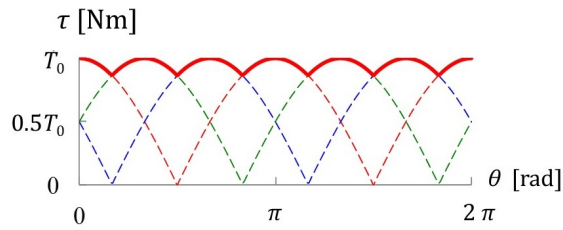
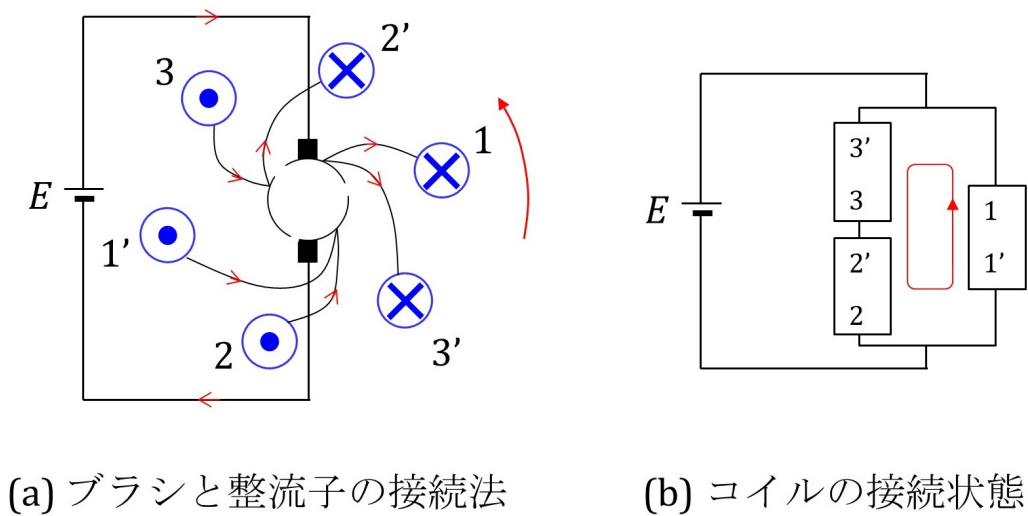


図 2.11: 回転力の平滑化機構 1 の効果



(a) ブラシと整流子の接続法

(b) コイルの接続状態

図 2.12: 回転力の平滑化機構 2

反面にあるコイル辺では ● 方向となります。この構造により、全てのコイルに常に電流が流れ、どのコイルの発生する回転力も反時計方向の回転に寄与します。

総合的な回転力は各コイル辺の回転力成分の総和となります。図 2.14 にその概形を示します。図 2.11 の 2 倍の回転力が得られています。

図 2.14 のトルク τ において、脈動成分を無視すれば、トルク τ は回転角度に無関係となり、

$$\tau \propto BabI \quad [\text{Nm}] \tag{2.4}$$

と与えられます。 Bab は DC モータの構造と永久磁石の磁力により決まる定数です。比例定数を K_τ とすると

$$\tau = K_\tau I \quad [\text{Nm}] \tag{2.5}$$

となります。 K_τ はトルク定数と呼ばれます。

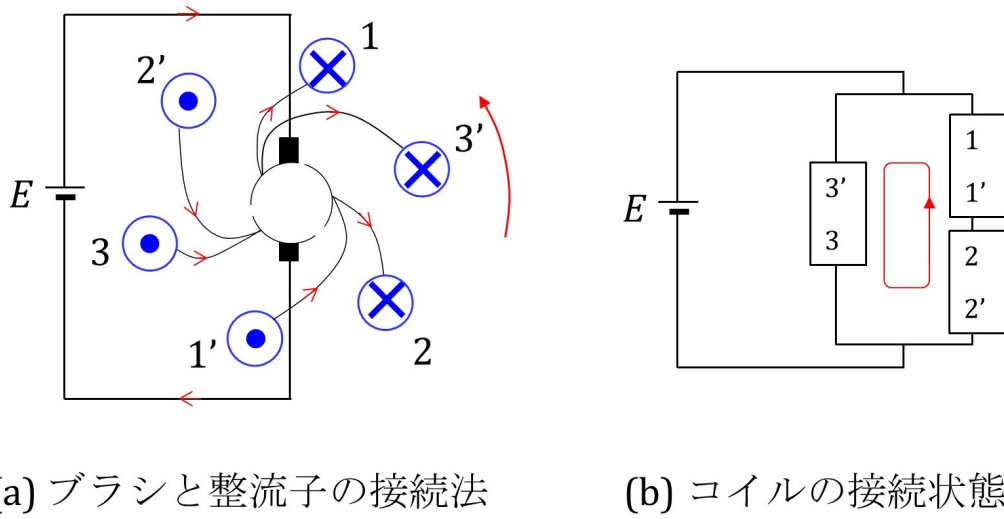


図 2.13: 回転力の平滑化機構 2 (つづき)

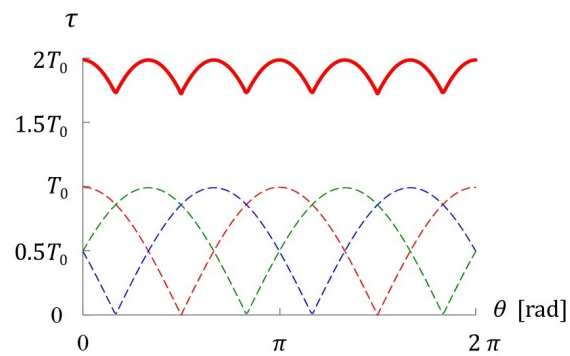


図 2.14: 回転力の平滑化機構 2 の効果

2.2 逆起電力

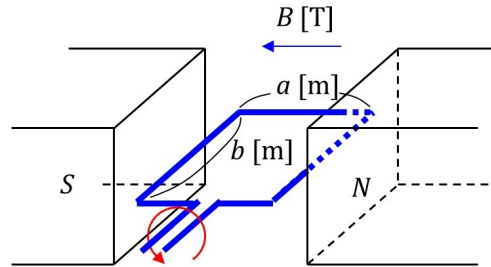


図 2.15: 逆起電力の発生 (1)

導体が磁界中を移動すれば，導体内に電圧が誘起されます．図 2.15 は図 2.1 と同じ構造において，コイルが赤色矢印の方向に回転している様子を示します．

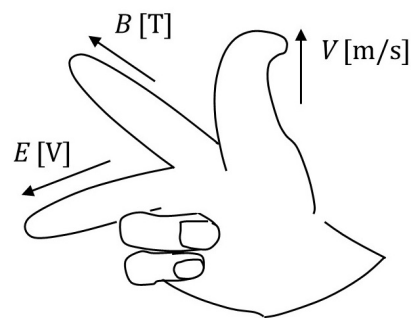


図 2.16: フレミングの右手の法則

磁界内の導体の移動により導体内に誘起される電圧はフレミングの右手の法則により説明されます．図 2.16 のように，右手の親指，人差し指，中指を互いに 90° となるように立てると，人差し指方向の磁束密度 B [T] の中を親指の方向に速度 V [m/s] で導体が移動すると，導体内には中指の方向に起電力 E [V] が発生します．

従って，図 2.15 のコイルには図 2.17 に示すように， b [m] の長さのコイル辺にそれぞれ図示の方向に起電力 e [V] が発生します．

図 2.18 の位置にコイルがあるときに発生する起電力は図 2.17 とは逆向きになります．

図 2.19 に示すように回転角度 θ において，コイルの円周方向の速度を V [m/s] とすると，長さが b [m] のコイル辺が磁界を垂直に横切る速度成分は $V \cos \theta$ により与えられます．

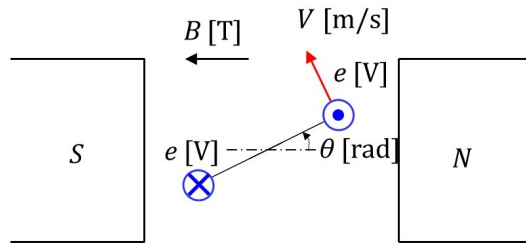


図 2.17: 逆起電力の発生 (2)

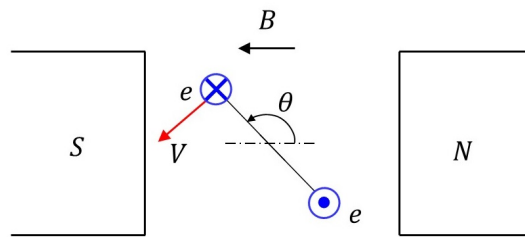


図 2.18: 逆起電力の発生 (3)

よって、 Blv 則により、長さが b [m] のコイル辺に発生する起電力 e_b は

$$e_b = Bbv \cos \theta \quad (2.6)$$

となります。コイルの回転数を n [rps] とします。rps は revolution per second もしくは rotation per second のことです。1 秒間の回転数です。round per second と呼ばれることもあります。最近はこの単位に $[s^{-1}]$ が用いられます。これは周波数 [Hz] と同じ次元です。本書では筆者が慣れ親しんだ [rps] を用います。コイルの円周方向の速度 V は

$$V = 2\pi \frac{a}{2} n \quad [\text{m/s}] \quad (2.7)$$

となります。式(2.6)の電圧は一辺のコイル辺に発生する電圧ですので、コイル全体で発生する電圧 e_a は

$$\begin{aligned} e_a &= 2e_b \\ &= 2Bbv \cos \theta \\ &= 2\pi n Bab \cos \theta \quad [\text{V}] \end{aligned} \quad (2.8)$$

と与えられます。回転角速度 $\omega = 2\pi n$ とすると

$$\begin{aligned} e_a &= \omega Bab \cos \theta \\ &= E_0 \cos \theta \end{aligned} \quad (2.9)$$

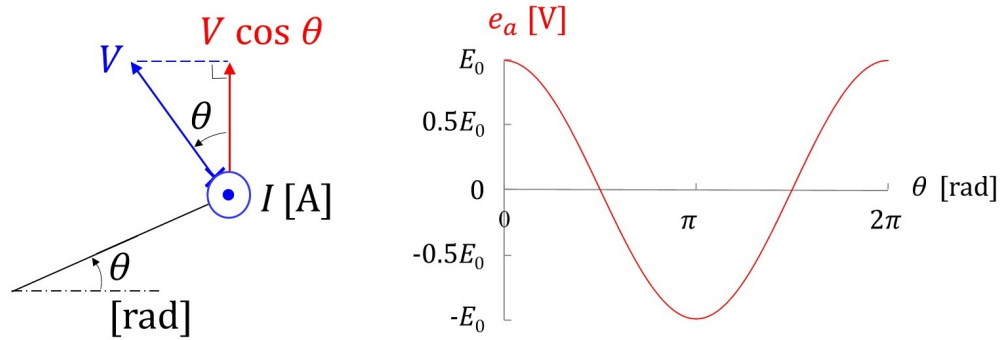


図 2.19: 逆起電力の波形

です。ここで、

$$E_0 = \omega B a b \quad (2.10)$$

と置いています。

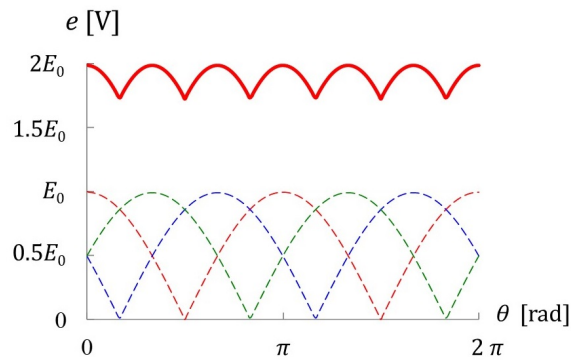


図 2.20: ブラシ・整流子の機構による逆起電力平滑化の効果

図 2.12 の機構とすることで、コイルに誘起される電圧 e_a は図 2.20 のように平滑化されます。

e_a に含まれる脈動成分を無視すれば、 e_a は回転角度 θ とは無関係になります。この電圧を E_a とすると

$$E_a \propto B a b \omega \quad [\text{V}] \quad (2.11)$$

と与えられます。比例定数を K_e とすると

$$E_a = K_e \omega \quad [\text{V}] \quad (2.12)$$

です。 K_e は起電力定数と呼ばれます。この電圧はモータの外から印加する電源電圧 E の逆向きに発生することから逆起電力と呼ばれます。電源電圧 E を印加することで電流 I が流れ、それによりコイルにトルク τ が発生して回転し、その結果としてコイルに電源電圧に反発する逆起電力 E_a が発生します。

2.3 小型 DC モータの構造とトルクの発生

2.3.1 小型 DC モータの構造

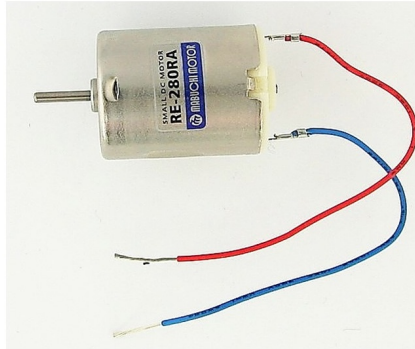


図 2.21: DC モータ (RE-280RA) の外観

前項の説明がほとんどの教科書に出てくる DC モータの構造とトルク発生原理です。では図 2.21 のマブチモータはどのような構造をしているのでしょうか？

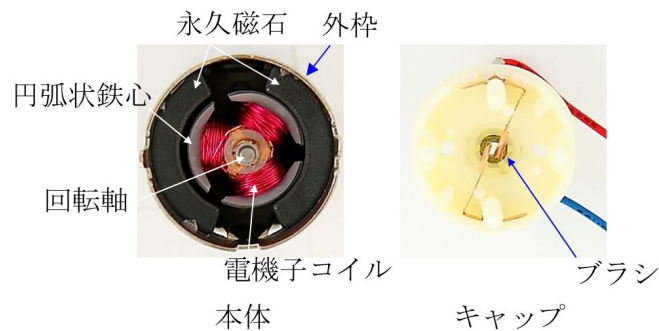


図 2.22: DC モータの断面

分解してみました。図 2.22 はプラスチックのキャップを外した本体断面とキャップ内側の写真です。外枠の金属円筒の内側に二つの黒い円弧状の永久磁石が配置され、その内側に三つの灰色の円弧状鉄心があります。灰色の円弧状鉄心は中心の回転軸に固定されていて、軸と一緒に回転します。円弧状鉄心と軸をつなぐ三つの鉄心にはそれぞれマゼンタ色のコイルが巻かれています。円弧状鉄心とコイルを含めて電機子と呼ばれます。コイルは電機子コイルと呼ばれます。外枠と永久磁石がステータ（固定子）で、内側の電機子がロータ（回転子）です。キャップの内側には鉛直から少し傾けてブラシ板が設けられています。

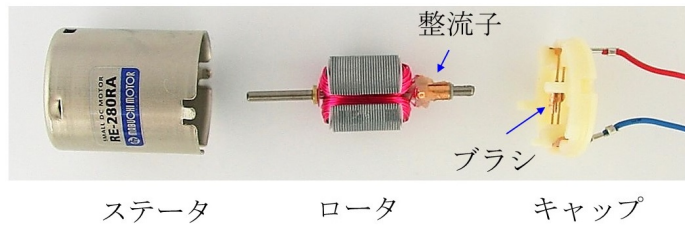


図 2.23: DC モータの分解写真

図 2.23 はロータをステータから抜き出したところです。ロータの軸に整流子が設けられています。

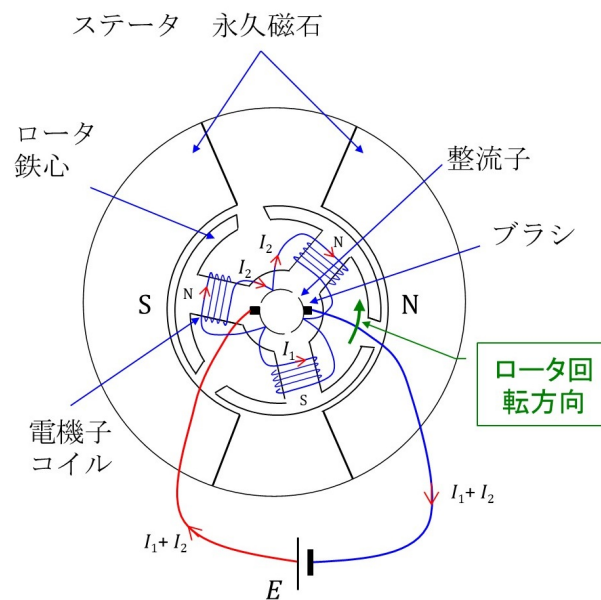


図 2.24: DC モータの断面図

図 2.24 は小型 DC モータの断面図です。図 2.22 の本体断面と同じ向きに描いてあります。赤色被覆の電線を電源 E のプラスに、青色被覆の電線をマイナスに接続すると、ロータは反時計方向に回転するように作られています。このとき電機子コイルには電流が流れます。電機子コイルに流れる電流は電機子電流と呼ばれます。図において電源 E から左側のブラシへと流入した電流は、下側の電機子コイルと左側の電機子コイルに分流します。各電流を I_1 、 I_2 とします。 I_1 は下側の電機子コイルを出て、右側の整流子へと流れます。 I_2 は上側の整流子を介して右上の電機子コイルに流入し、その後、右側の整流子へと流れます。 I_1 、 I_2 は右側整流子で合流して右側のブラシを通して電源 E へと

帰って行きます。各電機子コイルには右ねじの法則の向きに磁界が発生し、各鉄心表面には図示のように N, S の磁極が現れます。

2.3.2 トルク（回転力）の発生

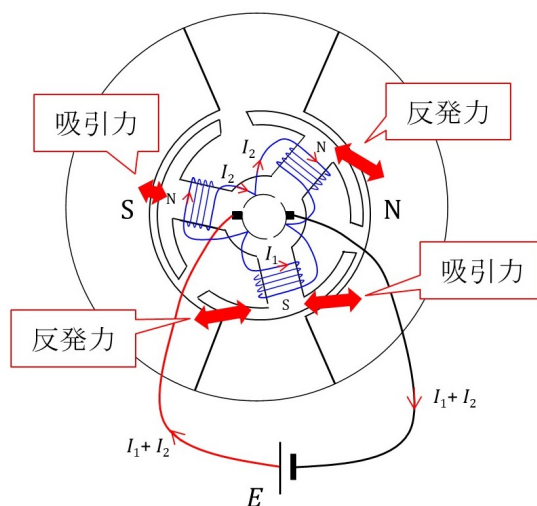


図 2.25: トルク（回転力）発生の様子

図 2.25 はこれらの N, S 磁極によるトルク（回転力）の発生の様子を示します。ステータ側の永久磁石表面には図示のように右側に N 極、左側に S 極の磁極が現れています。右上のロータ鉄心は右側の磁石と反発します。下のロータ鉄心は右側の磁石に引きつけられ、さらに左側の磁石と反発します。これによりロータには反時計方向への回転力が生まれます。左側のロータ鉄心は左側の磁石に引きつけられますが、その力はロータの回転軸にほぼ垂直の方向であり回転力にはほとんど寄与していません。

図 2.26 に示すようにロータが少し反時計方向に回転したとします。ブラシ・整流子の接触関係が変わり、左側の電機子コイルの電流の向きが反転します。すなわち、回転力に寄与していないロータ鉄心表面の磁極が反転するように作られています。ロータ、ステータの位置関係が変わったことで、上側のロータ鉄心は新たに左側の磁石の吸引力を受けます。下側のロータ鉄心が左側の磁石から受けていた反発力は弱まります。

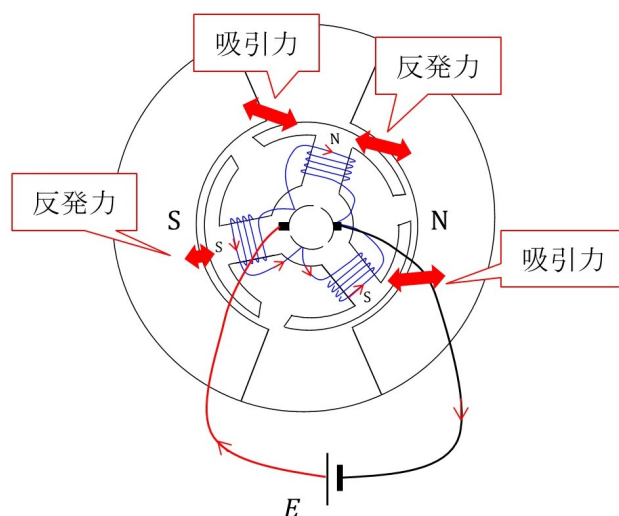


図 2.26: 回転力発生の様子（ロータが反時計方向に回転して、ブラシ・整流子の接触関係が変化するとき）

2.3.3 Bli 則と磁極の吸引・反発との関係

2.1 節で説明したモータのトルク発生原理と本節のトルク発生原理は異なっています。にもかかわらず、多くの DC モータの解説書では前節の Bli 則による説明がなされ、すでに幾多の経験も経て、その正しいことが確かめられています [3] [4]。本節では前節の説明との関連を示します。

以降の内容は、古橋武「モータドライブノート II (DC モータの理論) 改訂版」アマゾン kindle 版をご覧ください

2.3.4 電機子反作用

2.4 モータの等価回路と制御系のブロック線図

2.5 DC モータのシミュレーション

2.5.1 DC モータのパラメータの計測

2.5.2 DC モータのシミュレーション式

2.5.3 インバータの出力電流対出力電圧特性

2.6 回転数制御系のボード線図

2.6.1 回転数制御系の開ループ伝達関数

2.6.2 ボード線図

2.6.3 安定解析

2.6.4 PI 制御系の安定解析

第 A 章 索引

- Bl* 則 2.5
- Blv* 則 2.19
- rps 2.6
- s⁻¹ 2.6
- 回転子 2.22
- 回転力の平滑化 2.10
- 起電力定数 2.12
- 逆起電力 2.12
- 固定子 2.22
- 磁束密度 2.1
- ステータ 2.22
- 整流子 2.7
- 電機子 2.22
- 電機子コイル 2.22
- 電気子電流 2.24
- トルク 2.1
- トルク定数 2.5
- ブラシ 2.7
- フレミングの左手の法則 2.1
- フレミングの右手の法則 2.16
- ボード線図 2.6.2
- 右ねじの法則 2.24
- ロータ 2.22

参考文献

- [1] 松井信行「電気機器学（インターユニバーシティ）」オーム社, 2000
- [2] 電気学会 精密小型電動機調査専門委員会編「小型モータ」コロナ社, 1991
- [3] 宮入庄太「エネルギー変換工学入門 新しい電気機械学 上, p.28」丸善, 1963
- [4] 宮入庄太「電気・機械エネルギー変換工学, p.18」丸善, 1976
- [5] 大熊繁「ロボット制御入門」オーム社, 1984
- [6] 樋口龍雄「自動制御理論」森北出版, 1989
- [7] 古橋武「パワーエレクトロニクスノート, 第7章」コロナ社, 2008.
- [8] 堀孝正「パワーエレクトロニクス（新インターユニバーシティ）」オーム社, 2008
- [9] 栗原正仁「わかりやすい数値計算入門第2版」ムイスリ出版, 2011
- [10] 久保田光一「工学基礎数値解析とその応用」数理工学社, 2010

2014年1月

2021年1月改訂

著者

古橋武

工学博士，名古屋大学名誉教授