執筆者：古橋武

1. R, L, C, 電圧源，電流源

1.1 R, L, C

基本的な回路要素は抵抗 R, コイル L, コンデンサ C である. 図 1.1～1.3 に各要素の記号を示す. 電圧 v [V]は矢印の先の電位が始点の電位より高いときを正とし，電流 i[A]は矢印の向きを正とする．この抵抗 R [Ω]については

$$v = Ri \tag{1.1}$$

の関係がある．同様にして，コイル L については

$$i = \frac{1}{L}\int v dt \tag{1.2}$$

の関係がある．また，コンデンサ C に関しては

$$i = C\frac{dv}{dt} \tag{1.3}$$

の関係がある.

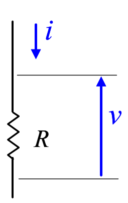


図 1.1

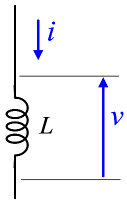


図 1.2

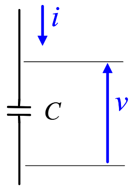


図 1.3

これらの回路素子に正弦波電圧を加えた場合のシミュレーションを行う. 図 1.4 は振幅が 1[V], 周波数 f=1[kHz]の正弦波電圧 v を 2[Ω]の抵抗に印加した場合の電圧波形と電流波形を示す．図では A 点においてプローブの中に I の表示が現れたところで左クリックし，次に B 点でプローブの中に V の表示が現れたところでシフトキーを押しながら左クリックしている. 電流 i の振幅は 0.5A である．「基本素子 R.ckt」ファイルをダウンロードして，確かめることができる.

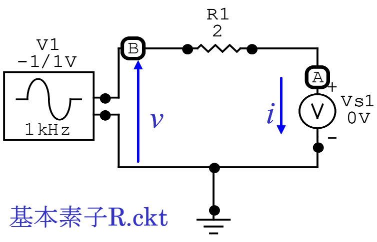


図1.4　抵抗負荷

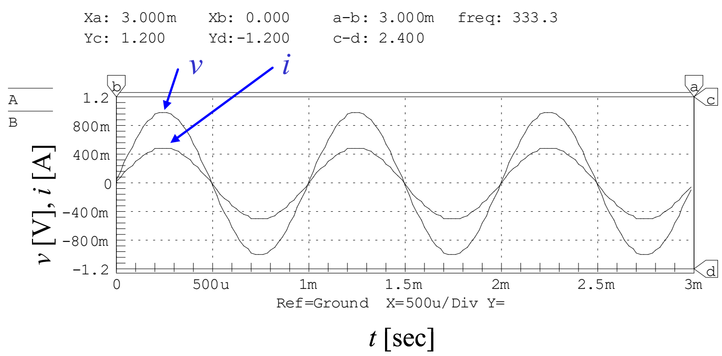


図1.5　電圧・電流波形

なお，電流は

$$
\begin{aligned}
i &= \frac{v}{R} \\
&= \frac{1}{R}\sin(2\pi ft) \\
&= 0.5\sin(2\pi \times 1\mathrm{kHz} \times t) \qquad (1.4)
\end{aligned}
$$

となり，電圧と同相である．

次に，コイルに正弦波電圧を印加してみる．図 1.7 はそのときの電圧波形と電流波形を示す．

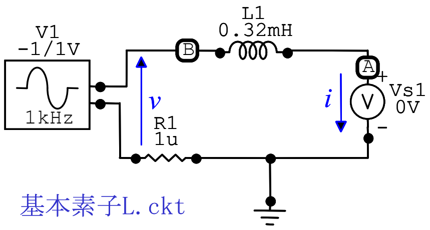


図1.6　コイル負荷

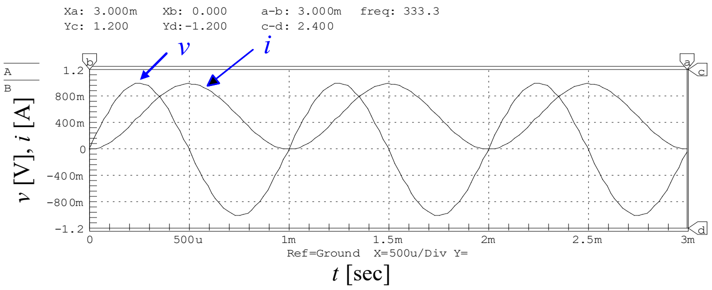


図1.7　電圧・電流波形

図中の抵抗 R_1 は 1[$\mu\Omega$]と小さく，回路動作にはほとんど影響を与えないが，シミュレータはコイルだけの回路では動かないため，このような小さな抵抗を入れてある．また，交流回路論では電流 i の平均値は 0 として話が進められているが，このシミュレータでは初期条件を $t=0$ で $i=0$ としているため，図 1.7 のような直流分が重畳された波形が得られる．

(1.2)式より

$$i = \frac{1}{L}\int v dt \qquad (1.5)$$

を，$t=0$ で $i=0$ の条件下で解くと

$$i = \frac{1}{\omega L}(1-\cos\omega t) \qquad (1.6)$$

となる（詳細は付録 1.1 を参照）．また，このシミュレーション例では f=1[kHz], $L=0.32$[mH]であるため，$\omega L = 2[\Omega]$であり，

$$i = 0.5(1-\cos\omega t) \qquad (1.7)$$

と得られる．十分時間が経って，過渡現象が終了すれば

$$i = -0.5\cos\omega t \qquad (1.8)$$

となり，交流回路論の結果と一致する．電流 i は電圧 v に対して位相が 90° 遅れる．

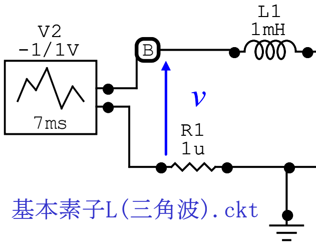


図1.8　コイル負荷（三角波電源）

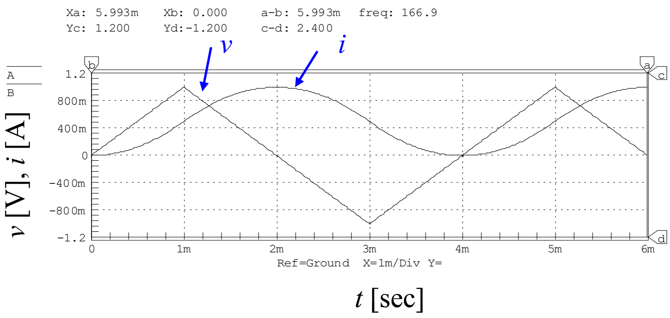


図1.9　電圧・電流波形

コイルに三角波電圧を印加するとどのような電流が流れるだろうか. 図 1.9 はその結果を示す. 図は周期が 4ms の三角波電圧をコイルに印加した場合の例である． $0 \le t \le 1\text{ms}$ の期間において

$$i = \frac{1}{L}\int_0^t \frac{t}{0.001}dt$$
$$= \frac{1}{0.001L}\frac{t^2}{2} \tag{1.9}$$

である． $L = 1$ [mH]なので， $t = 1$ [ms]にて $i = 0.5$ [A]となる． $1\text{ms} \le t \le 3\text{ms}$ の期間においては

$$v = 2 - \frac{t}{0.001}\ \text{[V]} \tag{1.10}$$

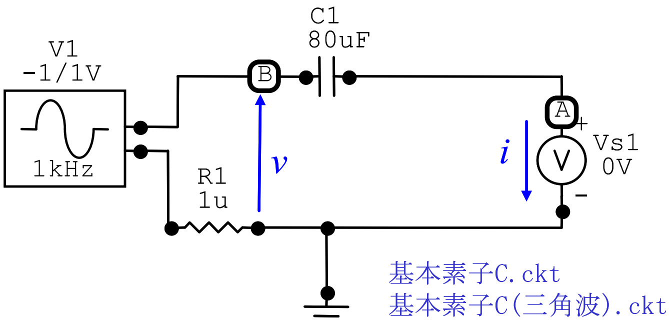
であり，

$$i = \frac{1}{L}\int_{1\text{mS}}^t v\,dt + 0.5$$
$$= \frac{1}{L}(2t - \frac{1}{0.001}\frac{t^2}{2}) - 1 \tag{1.11}$$

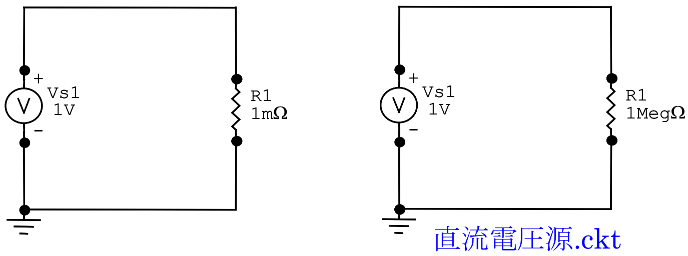
となる． これは $t = 1, 2, 3$ [ms]のときそれぞれ $i = 0.5$, 1, 0.5 [A]となり， 図 1.9 の波形と一致する．

課題 1.1

以下の回路について，電流波形 i を求めよ．ただし， v が(1) 正弦波の時，および(2) 三角波の時のそれぞれについて求めよ．



1.2 電圧源



直流電圧源.ckt

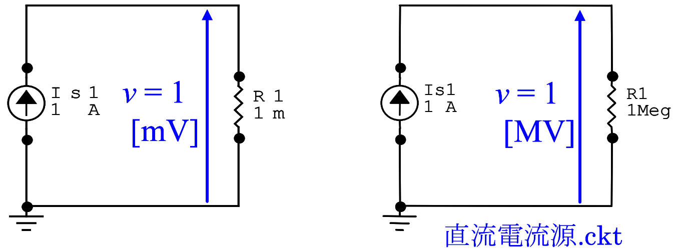
図 1.10 直流電圧源

電圧源は負荷になにがつながろうとも所定の電圧を出力する電源である．0.2 節の電源と同じものである．例えば図 1.10 の電源 V_{s1} は 1 [V]の直流電圧を出力する定電圧源である．図は 1 [mΩ] =10^{-3} [Ω]の抵抗負荷をつないだ場合と，1 [MΩ] = 10^{6} [Ω]の抵抗負荷をつないだ場合の例を示す．（シミュレータでは 1 [MΩ]は 1 [MegΩ]と表記される．）それぞれ，1 [kA] = 10^{3} [A]，1 [μA] = 10^{-6} [A]の電流が流れるが，電圧源の出力電圧は電流に無関係に 1 [V]の一定電圧である．現実の電源は電圧源と内部インピーダンスを用いて表現する．

電圧源は Device Selection → General → Sources → V Source で選定できる．

図 0.1 から登場してきた信号源も正弦波，三角波などを出力する電圧源である．

1.3 電流源



直流電流源.ckt

図1.11 直流電流源

電流源はどのような負荷がつながろうとも所定の電流を出力する電源である．図 1.11 の回路はいずれも 1 [A]の直流電流を出力する電流源の例である．負荷抵抗の大きさによって，電流源の両端電圧が(1 [A]×1 [mΩ]=) 1 [mV]，(1 [A]×1 [MΩ]=) 1 [MV]と大きく異なっても，直流電流源はこの出力電圧とは無関係に 1 [A]の電流を出力し続ける．

電流源は Device Selection → General → Sources → I Source で選定できる．

電流源には図 1.11 の信号源に相当するものがシミュレータには見当たらない．Device Selection → Sources → Controlled → V→I Source には，電圧により電流をコントロールできる電流源がある．これは，トランジスタの等価回路に必要な回路素子である．図 1.12 にその電圧制御電流源を使った簡単な回路の例を示す．電流は信号電圧 v により±1[A]の正弦波となっている．ただし，電流 i は図中の矢印の向きを正としているので，位相が 180° ずれる結果となっていることに注意．

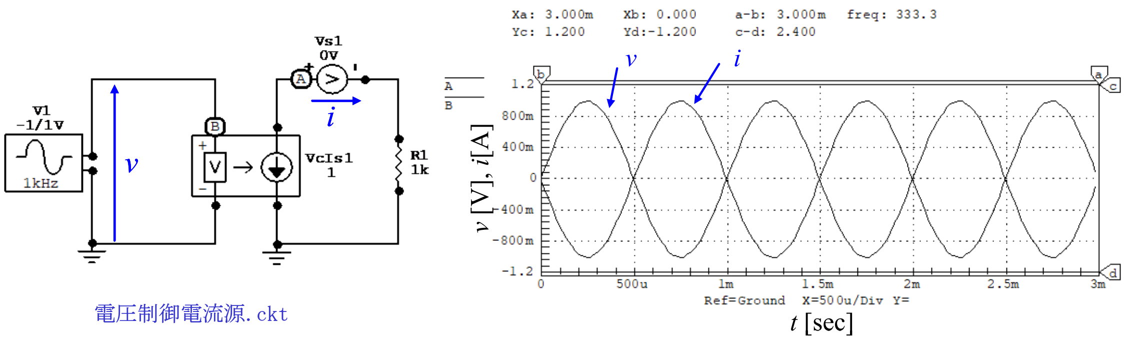


図1.12 電圧制御電流源

1.4 過渡現象

(a)*R*-*L* 直列回路

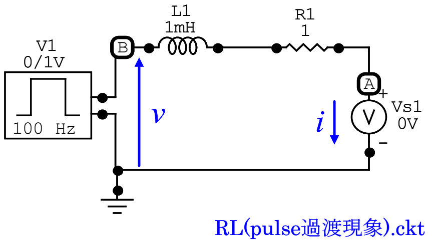


図1.13 *RL*負荷における過渡現象

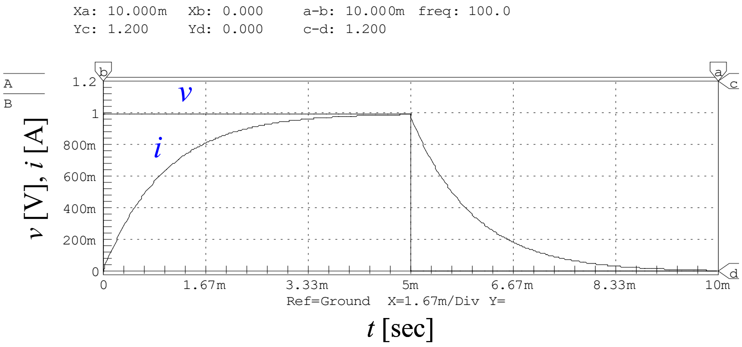


図1.14 電圧・電流波形

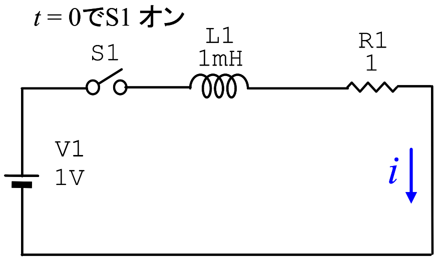


図1.15 等価回路図

R, *L*, *C* の組み合わせ回路の動作は，(1.1)～(1.3)式を組み合わせることで表現できる．例えば図 1.13 のように抵抗 R_1 とコイル L_1 を組み合わせた回路に矩形波電圧を印加した場合を考える．

この回路は，$0 \le t \le 5\mathrm{ms}$ の間，図 1.15 の回路と同じである．初期条件を $t = 0$ で $i = 0$ として，次の回路方程式

$$L_1 \frac{di}{dt} + R_1 i = V_1 \tag{1.12}$$

を解くと

$$\therefore i = \frac{V_1}{R}(1 - e^{-\frac{R_1}{L_1}t}) \tag{1.13}$$

となる（導出の詳細は付録 1.2 参照）．電流波形を図 1.14 に示す．この例では t = 1ms のとき電流 i は

$$i = \frac{1V}{1\Omega}(1 - e^{-\frac{R_1}{L_1}t}) = 1 - e^{-\frac{1\Omega}{1\mathrm{mH}}\times 1\mathrm{ms}} = 1 - e^{-1} = 0.632\,[\mathrm{A}] \tag{1.14}$$

となり，十分時間がたったとき $i = 1$ [A]となる．

課題 1.2

図 1.14 では $t = 5\mathrm{ms}$ において電圧 $v = 0$ V となっている．このときの回路図を図 1.15 にならって描け．また，回路方程式を求めよ．改めて初期条件を $t = 0$ で $i = 1$ [A]としてこの回路方程式を解け．

(b)*R*-*C* 直列回路

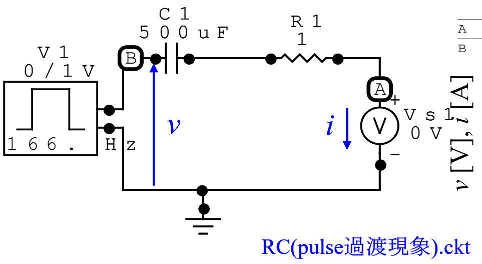


図1.16 *RC*負荷における過渡現象

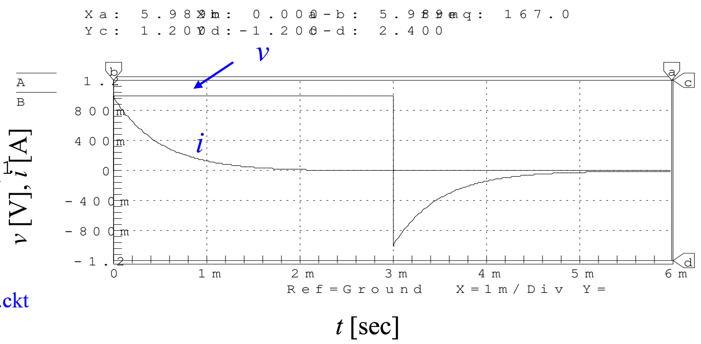


図1.17 電圧・電流波形

図 1.16 は抵抗 R_1 とコンデンサ C_1 の直列回路である．この回路において，$t=0$ にてコンデンサ C_1 に蓄えられている電荷 $q=0$ とすると

$$\frac{1}{C_1}\int idt + R_1 i = V_1 \tag{1.15}$$

である．$q=\int idt$ であることを利用して，この方程式を解くと

$$i = \frac{V_1}{R_1} e^{-\frac{1}{R_1 C_1}t} \tag{1.16}$$

と求まる（詳細は付録 1.3 参照）．具体的数値として V_1 = 1[V], R_1 = 1[Ω], C_1 = 500[μF]を代入すると

$$i = e^{-\frac{1}{500\times10^{-6}}t} \tag{1.17}$$

となる．よって，$t=0$ のとき $i=1$ [A]，t = 500 [μs]のとき $i=$ e^{-1}[A]，$t=$ ∞のとき $i=0$ [A]である．

(c) *R-L* 直列回路（正弦波電源）

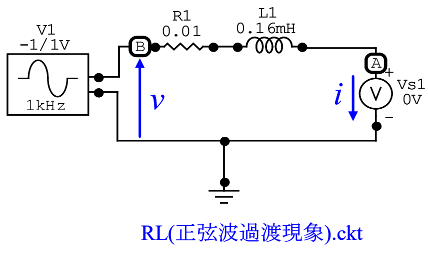


図1.18 正弦波電源+*RL*負荷における過渡現象

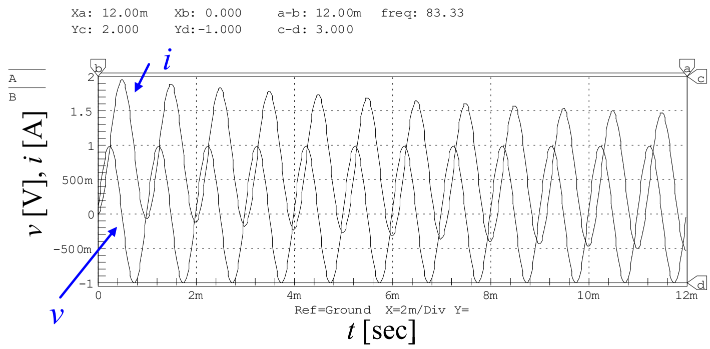


図1.19 電圧・電流波形

図 1.18, 1.19 は *RL* 負荷に正弦波電圧を印加した場合の回路図と電圧・電流波形を示す．この回路における回路方程式は

$$L_1\frac{di}{dt}+R_1 i=V_1\sin\omega t \tag{1.18}$$

となる．$t=0$ で $i=0$ の初期条件の下でこれを解くと

$$i=\frac{V_1}{\sqrt{R_1^2+(\omega L_1)^2}}\{\sin\varphi\, e^{-\frac{R_1}{L_1}t}+\sin(\omega t-\varphi)\} \tag{1.19}$$

$$\text{ただし，}\quad \varphi=\tan^{-1}\left(\frac{\omega L_1}{R_1}\right).$$

となる（詳細は付録 1.4 参照）．

1.5 交流回路

(a) *R-L* 直列回路

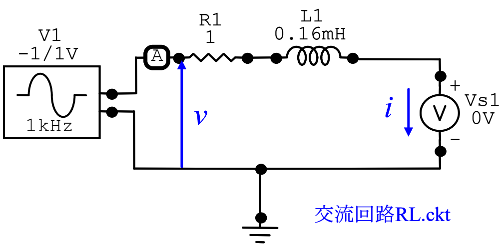


図1.20 交流回路(*RL*負荷)

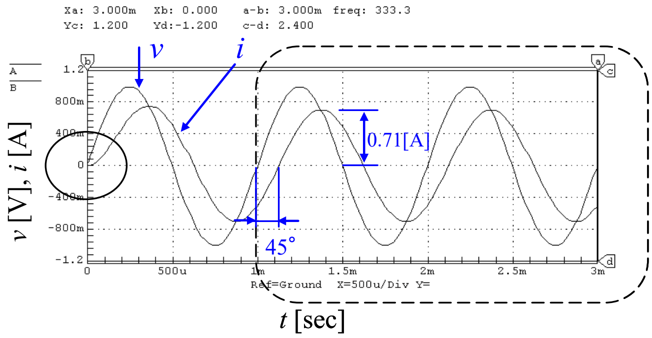


図1.21 電圧・電流波形

交流回路論は過渡現象が無視できるほどに時間が経った後の定常状態に関する学問である．図 1.18 の回路の定数を $R_1 = 1\ \Omega$, $L_1 = 0.16$ mH に変更した回路を図 1.20 に示す．この回路を用いたシミュレーション結果を図 1.21 に示す．図中の○印の部分では過渡現象が見られる． $t = 1$ ms の時点では $e^{-\frac{R}{L}t}=e^{-\frac{1}{0.16}}\approx 0.002$ であり，(1.19)式の右辺第 1 項の過渡項は無視できるほどに小さくなっている．$t = 1$ms 以降の ⬚ で囲んだ部分が定常状態である．図中の電流 i は電圧 v に対しておよそ 45° 位相が遅れている．この位相遅れ φ は(1.19)式の右辺第 2 項より

$$\varphi=\tan^{-1}\frac{\omega L_1}{R_1} \tag{1.20}$$

と与えられる．図 1.20 の回路定数を代入すると，

$$\varphi=\tan^{-1}\frac{\omega L_1}{R_1}=\tan^{-1}\frac{2\pi\times1000\times0.16\times10^{-3}}{1}\approx 45\,[\mathrm{deg}] \tag{1.21}$$

となる．また，電流 i の振幅 I は

$$I=\frac{V_1}{\sqrt{R_1^2+(\omega L_1)^2}}=\frac{1}{\sqrt{1+(2\pi\times1\mathrm{kHz}\times0.16\mathrm{mH})^2}}\approx 0.71\,[\mathrm{A}] \tag{1.22}$$

と求められ，シミュレーション結果と一致する．

(b) *R-C* 直列回路

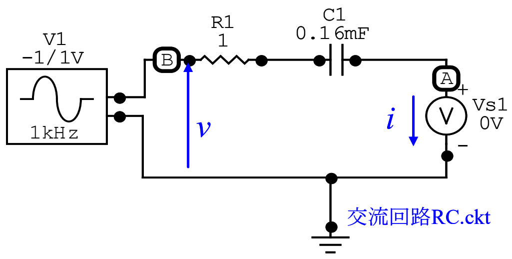


図1.22 交流回路(*RC*負荷)

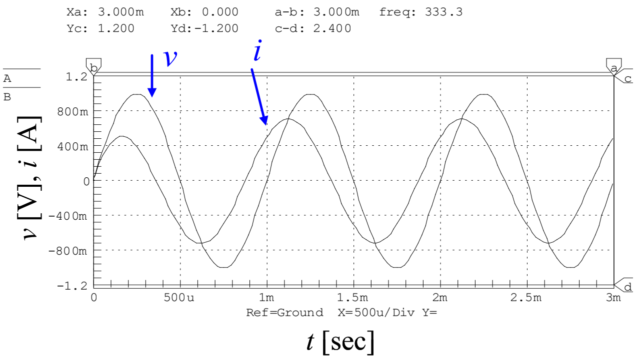


図1.23 電圧・電流波形

図 1.22, 1.23 は *RC* 負荷に正弦波電圧を印加した場合の回路図と電圧・電流波形を示す．この回路における回路方程式は

$$R_1 i + \frac{1}{C_1}\int i\,dt = V_1 \sin\omega t \tag{1.23}$$

となる．コンデンサに蓄えられる電荷を q とすると

$$i = \frac{dq}{dt} \tag{1.24}$$

より

$$R_1 \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C_1} q = V_1 \sin\omega t \tag{1.25}$$

と得られる．$t = 0$ で $q = 0$ の初期条件の下でこれを解くと

$$i = \frac{V_1}{\sqrt{R_1^2 + \left(\frac{1}{\omega C_1}\right)^2}} \left\{ \sin\varphi\, e^{-\frac{1}{C_1 R_1} t} + \sin(\omega t + \varphi) \right\} \tag{1.26}$$

$$\text{ただし,}\quad \varphi = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\omega C_1 R_1}\right).$$

となる（詳細は付録 1.5 参照）．定常状態において電流 i は電圧 v に対して，位相が

$$\begin{aligned}\varphi &= \tan^{-1}\frac{1}{\omega C_1 R_1} \\ &= \tan^{-1}\frac{1}{2\pi \times 1000 \times 0.16 \times 10^{-3}} \approx 45\,[\mathrm{deg}]\end{aligned} \tag{1.27}$$

進んでいる．また，電流の振幅は

$$i = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{2\pi \times 1k\mathrm{Hz} \times 0.16m\mathrm{F}}\right)^2}} \approx 0.71\,[\mathrm{A}] \tag{1.28}$$

と得られ，シミュレーションの結果と一致している．

1.6 微分回路

(a)矩形波信号の場合

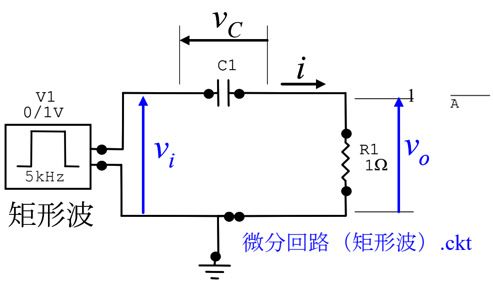


図1.24 微分回路

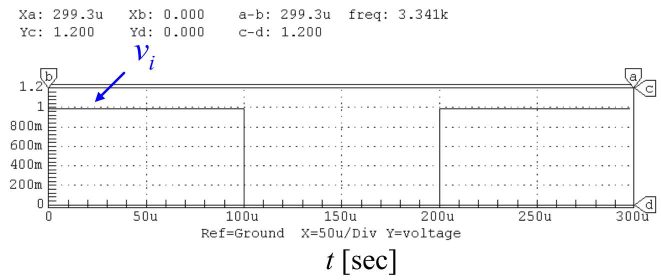


図1.25 信号源電圧波形

図 1.24 の RC 直列回路に図 1.25 の矩形波電圧 v_i を印加してみる. 図 1.26 に出力電圧波形の例を示す. それぞれ, コンデンサ C_1 の静電容量を 30μF, 10μF, 1μF, 0.1μF と変えたときの出力結果である. 矩形波の微分は電圧の立ち上がり／立ち下がり時のパルス状の波形であり, 図 1.26 (d)の出力波形が入力電圧 v_i の微分に近い.

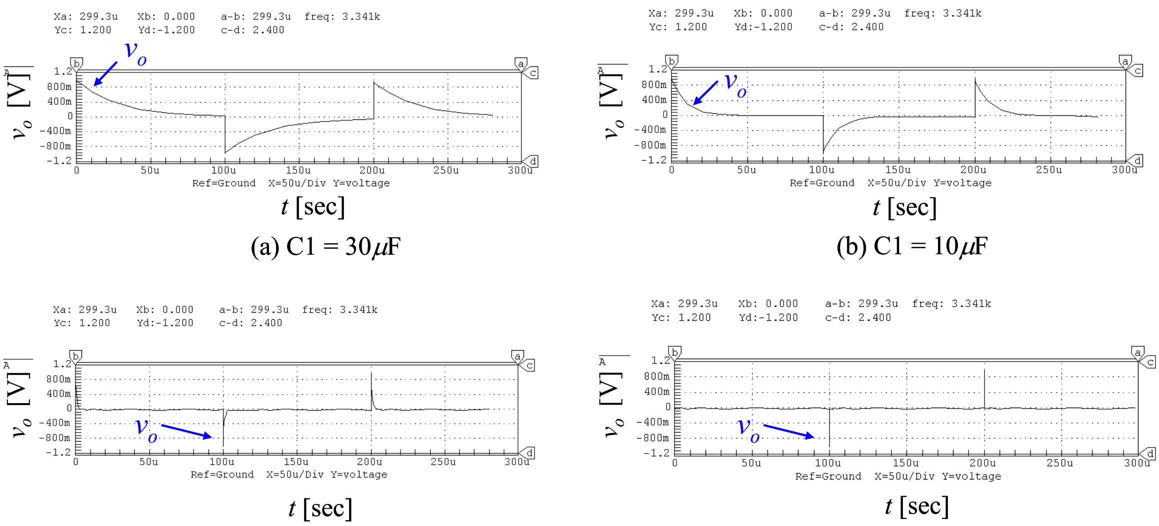


図1.26 微分回路出力電圧波形

図 1.24 において

$$\frac{1}{C_1}\int idt + R_1 i = v_i \tag{1.29}$$

である. C_1 の静電容量が小さくなるにつれて

$$\frac{1}{\omega C}\int idt \;>>\; R_1 i \tag{1.30}$$

となり, (1.29)式にて抵抗の両端電圧 $R_1 i$ を無視すれば

$$i \approx C_1 \frac{dv_i}{dt} \tag{1.31}$$

となる．電流 i は入力電圧 v_i の微分値に近いものとなる．出力電圧 v_o は抵抗 R_1 の両端電圧であるので、電流 i に比例している．従って v_o は入力電圧の微分値に近いものとなっている。

(b)正弦波信号の場合

図 1.27 に示すように RC 直列回路に 1kHz の正弦波を印加する．正弦波の場合には交流回路論が適用できる．交流回路論によれば図 1.27 の回路において

$$V_i = RI + \frac{I}{j\omega C_1} \tag{1.32}$$

である．ここで，

$$\frac{1}{\omega C_1} \approx 160\,[\Omega] >> R_1 = 1\,[\Omega] \tag{1.33}$$

であるので，(1.32)式は近似的に

$$V_i \approx \frac{I}{j\omega C_1} \tag{1.34}$$

と表され，

$$\begin{aligned} I &\approx j\omega C_1 V_i \\ \therefore V_o &= RI \approx R \times j\omega C_1 V_i = j\omega C_1 R V_i \end{aligned} \tag{1.35}$$

となり，出力電圧 V_o は入力電圧 V_i に対して位相がほぼ 90° 進む．実際，(1.32)式において，電流 i の位相差は

$$\begin{aligned} \varphi &= \tan^{-1}\frac{1}{\omega C_1 R_1} \\ &= \tan^{-1}\frac{1}{2\pi \times 1000 \times 1 \times 10^{-6}} \approx 89.6\,[\mathrm{deg}] \end{aligned} \tag{1.36}$$

と得られ，この結果からも電流は入力電圧に対してほぼ 90° 位相が進むことが分かる．

図 1.28 はシミュレーションにより得られた入力電圧 v_i と出力電圧 v_o の波形を示す．この波形においても出力電圧 v_o は，振幅が小さくて見づらいが，入力電圧 v_i に対して位相がほぼ 90° 進んでいることを確認することができる．

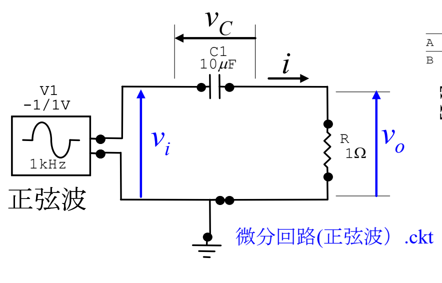


図1.27 微分回路に交流電圧を印加

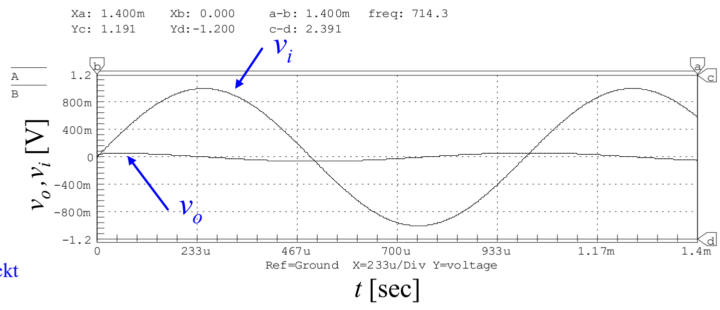


図1.28 微分出力

(c)三角波信号の場合

次に，図 1.29 に示すように三角波を印加する．三角波の微分は矩形波である．図 1.30 に示すように出力電圧波形の振幅は小さいが，縦軸を拡大してみると確かに矩形波に近い出力電圧波形が得られている．

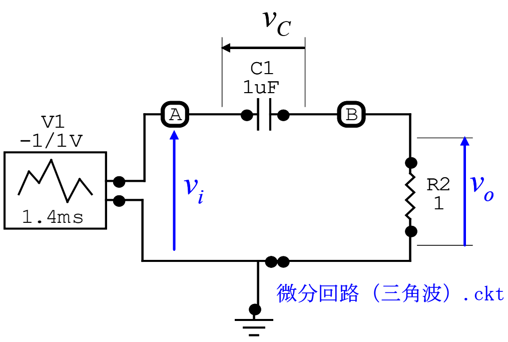


図1.29 微分回路に三角波電圧を印加

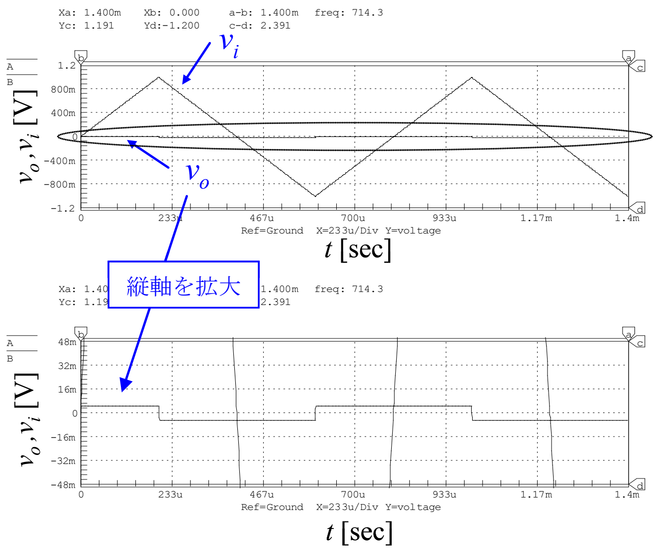


図1.30 微分出力

1.7 積分回路

さて，次は積分回路である．前項までの微分回路においてコンデンサの両端電圧を出力とすれば入力電圧の積分波形を得ることができる．図 1.31 に積分回路の例を示す．ただし，(1.30)式と異なり，次式が成立するように抵抗値と静電容量を設定する．

$$\frac{1}{C}\int idt \ll R_1 i \tag{1.37}$$

この関係が成立する範囲内では，この回路を流れる電流 i はコンデンサ C_1 の影響を受けず，抵抗 R_2 で決まる．

$$i \approx \frac{v_i}{R_2} \tag{1.38}$$

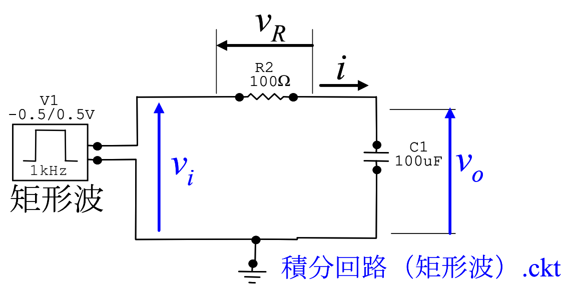
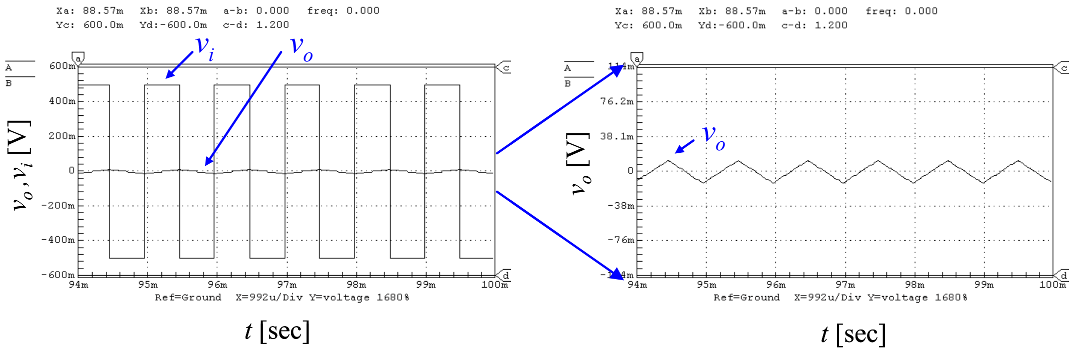


図1.31 積分回路

電流 i は入力電圧 v_i に比例した値となる．出力電圧 v_o はコンデンサ C_1 の両端電圧であり，この電流を積分した値，すなわち入力電圧の積分値に等しい．

$$v_o \approx \frac{1}{R_2 C}\int v_i dt \tag{1.39}$$

図 1.32 は図 1.31 の回路のシミュレーションにより得られた入出力電圧波形を示す．出力電圧 v_o は小さな値ではあるが、同図(b)に示すように縦軸を拡大すると，入力電圧の積分値となっていることが分かる．



(a) 入出力電圧波形　　(b) 縦軸を拡大したときの出力電圧波形

図1.32 積分出力

課題 1.3

次の積分回路の出力電圧 V_o と入力電圧 V_i の関係を求めよ．1.6 節(b)が参考になる．

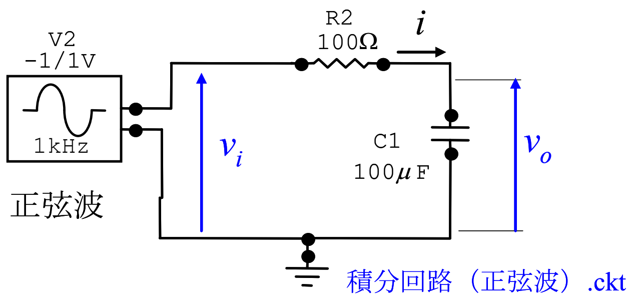


図1.33 積分回路（正弦波入力）

課題 1.4

次の積分回路の出力電圧 V_o と入力電圧 V_i の関係を求めよ．

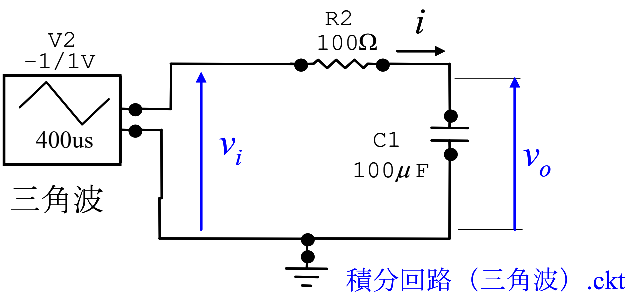
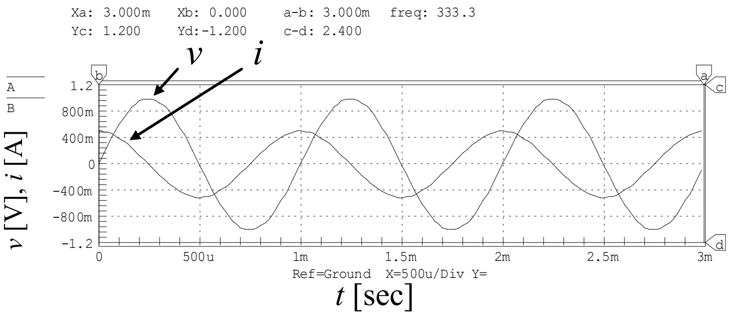
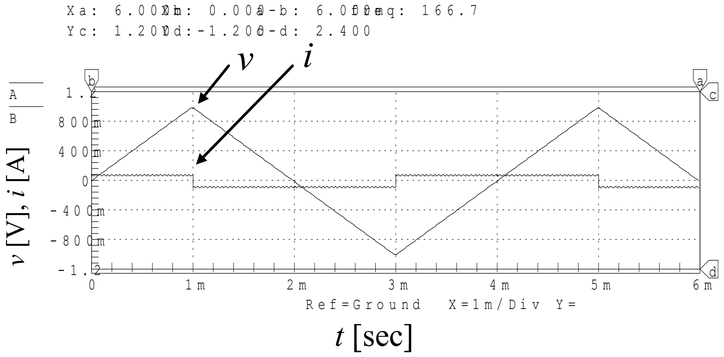


図1.34 積分回路（三角波入力）

課題解答

課題 1.1





（正弦波）

$$i = C\frac{dv}{dt} = C\frac{d\sin(\omega t)}{dt} = \omega C\cos(\omega t) = (2\pi \times 1\,[\mathrm{kHz}] \times 80\,[\mu\mathrm{F}])\cos(\omega t) \approx 0.5\cos(\omega t)\,[\mathrm{A}]$$

（三角波）

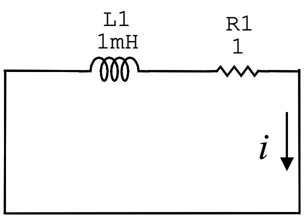
$$i = C\frac{dv}{dt} = C\frac{d}{dt}\frac{t}{0.001} = \frac{C}{0.001} = \frac{80\,[\mu\mathrm{F}]}{0.001} = 0.08\,[\mathrm{A}]$$

課題 1.2

回路方程式

$$L_1\frac{di}{dt} + R_1 i = 0 \qquad (課1.2.1)$$

回路図



いま

$$i = Ae^{-\frac{R_1}{L_1}t} + D \qquad （ただし，A, Dは定数）$$

とおけると仮定して，(課 1.2.1)式に代入すると

$$-R_1Ae^{-\frac{R_1}{L_1}t} + R_1(Ae^{-\frac{R_1}{L_1}t} + D) = 0$$

$$\therefore D = 0$$

もう一つの定数Aは，初期条件$t=0$で$i=1$[A]より

$$A = 1$$

$$\therefore i = e^{-\frac{R_1}{L_1}t}$$

課題 1.3

図 1.33 の回路において

$$V_i = R_2 I + \frac{I}{j\omega C_1} \qquad (課1.3.1)$$

ここで，

$$\frac{1}{\omega C_1} \approx 1.6 << R_2 = 100\,[\Omega] \qquad (課1.3.2)$$

である．(課 1.3.1)式は近似的に

$$V_i \approx R_2 I \qquad (課1.3.3)$$

と表され，

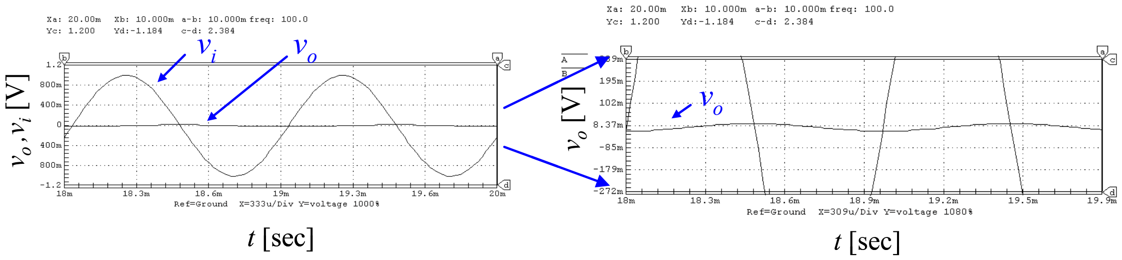
$$I \approx \frac{V_i}{R_2} \qquad (課1.3.4)$$

$$\therefore V_o = \frac{1}{j\omega C_1} I \approx \frac{V_i}{j\omega C_1 R_2} \qquad (課1.3.5)$$

となり，出力電圧 V_o は入力電圧 V_i に対して位相がほぼ 90° 遅れる．実際，(付 1.5.4)式において，出力電圧 v_o の位相差は

$$\varphi_1 = \tan^{-1}(\omega C_1 R_1) = \tan^{-1}(2\pi \times 1000 \times 100 \times 10^{-6} \times 100) \approx 89\,[\mathrm{deg}] \qquad (課1.3.6)$$

と得られ，この結果からも出力電圧は入力電圧に対してほぼ 90° 位相が遅れることが分かる．



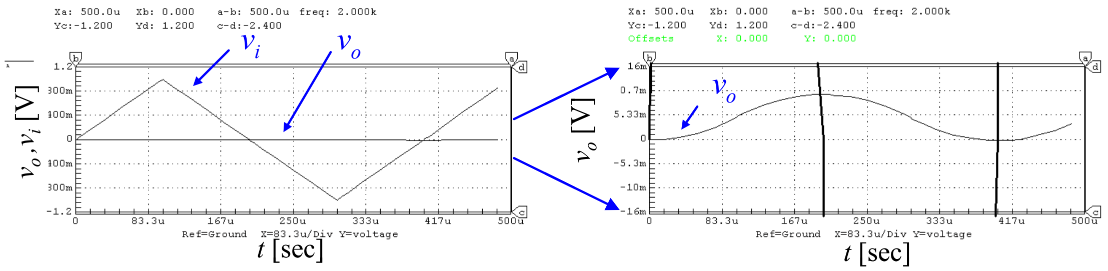
(a) 入出力電圧波形 (b) 縦軸を拡大したときの出力電圧波形

図 課1.3 積分出力

課 1.3 の図はシミュレーションにより得られた入力電圧 v_i と出力電圧 v_o の波形を示す．この波形

においても出力電圧 v_o は，同図(b)のように縦軸を拡大すると，入力電圧 v_i に対して位相が 90°遅れていることを確認できる．

課題 1.4



(a) 入出力電圧波形　　　(b) 縦軸を拡大したときの出力電圧波形

図　課1.4 積分出力（三角波入力）

三角波の最初の 1/4 周期において入力電圧 v_i は

$$v_i = at \tag{課1.4.1}$$

ただし，a は定数．

と表せる．この積分は

$$\int atdt = \frac{1}{2}at^2 \tag{課1.4.2}$$

となり，下に凸の２次関数となる．同様に 1/4～3/4 周期において入力電圧 v_i は

$$v_i = b - at \tag{課1.4.3}$$

ただし，a, b は定数．

と表せる．この積分は

$$\int (b - at)dt = bt - \frac{1}{2}at^2 \tag{課1.4.4}$$

となり，上に凸の２次関数となる．

3/4～5/4 周期においても同様にして下に凸の２次関数が得られる．

課 1.4 の図はシミュレーションにより得られた入力電圧 v_i と出力電圧 v_o の波形を示す．この波形においても出力電圧 v_o は，同図(b)のように縦軸を拡大すると，0～1/4, 3/4～5/4 周期において下に凸の２次関数，1/4～3/4 周期において上に凸の２次関数となっていることが分かる．

付録 1.1

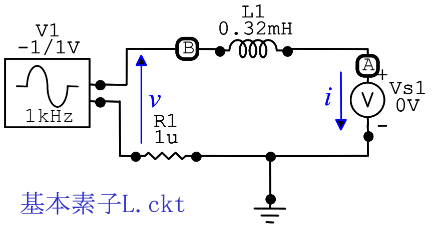


図1.6　コイル負荷

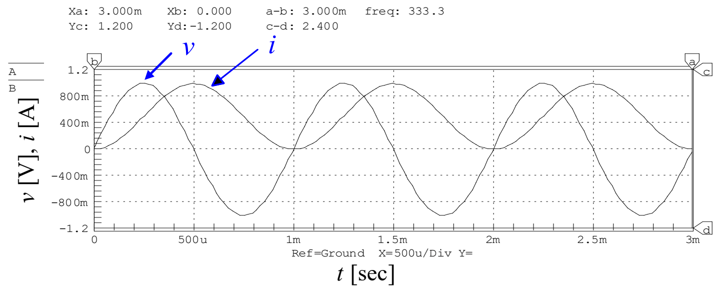


図1.7　電圧・電流波形

コイルに正弦波電圧を印加した場合の電流を導出する．図中の抵抗 R_1 は 1[$\mu\Omega$]と小さく，回路動作には全くといってよいほど影響を与えないが，シミュレータはコイルだけの回路では実行できないため，このような小さな抵抗を入れている．

$$
\begin{aligned}
i &= \frac{1}{L}\int v dt \\
&= \frac{1}{L}\int \sin\omega t dt \\
&= \frac{-1}{\omega L}\cos\omega t + (\text{積分定数})
\end{aligned}
\tag{付1.1.1}
$$

シミュレータでは初期条件を $t=0$ で $i=0$ としているため，

$$
\begin{aligned}
0 &= \frac{-1}{\omega L} + (\text{積分定数}) \\
\therefore (\text{積分定数}) &= \frac{1}{\omega L} \\
\therefore i &= \frac{1}{\omega L}(1-\cos\omega t)
\end{aligned}
\tag{付1.1.2}
$$

となる．

付録 1.2

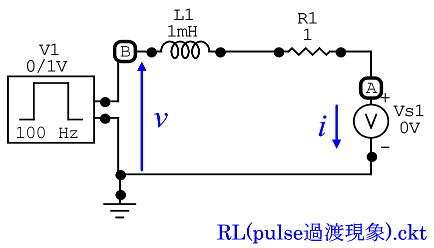


図1.13 RL負荷における過渡現象

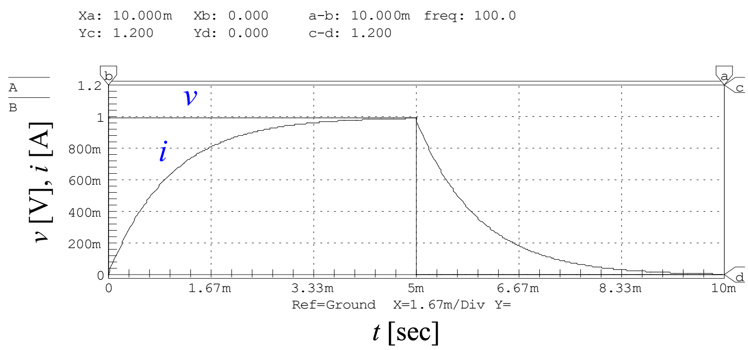


図1.14 電圧・電流波形

図 1.13 の抵抗 R_1 とコイル L_1 の組み合わせ回路に矩形波電圧を印加した場合の電流を導出する．

この回路は$0 \le t \le 5\mathrm{ms}$の間は図 1.15 の回路と等価である．初期条件は$t=0$で$i=0$としている．

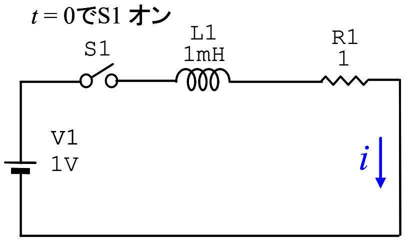


図1.15 等価回路図

回路方程式は

$$L_1 \frac{di}{dt} + R_1 i = V_1 \tag{付1.2.1}$$

となる．いま

$$i = Ae^{-\frac{R_1}{L_1}t} + D$$

（ただし，A, Dは定数）　(付1.2.2)

とおけると仮定して，(付 1.2.1)式に代入する．

$$-R_1 Ae^{-\frac{R_1}{L_1}t} + R_1(Ae^{-\frac{R_1}{L_1}t} + D) = V_1$$

$$\therefore D = \frac{V_1}{R} \tag{付1.2.3}$$

もう一つの定数Aは，初期条件$t=0$で$i=0$より

$$A + D = 0$$

$$\therefore A = -\frac{V_1}{R}$$

$$\therefore i = \frac{V_1}{R}(1 - e^{-\frac{R_1}{L_1}t}) \tag{付1.2.4}$$

となる．

付録 1.3

図 1.16 は抵抗R_1とコンデンサC_1の直列回路である．この回路において，$t=0$においてコンデンサC_1に蓄えられている電荷$q=0$とすると

$$\frac{1}{C_1}\int i dt + R_1 i = V_1 \tag{付1.3.1}$$

$q = \int i dt$であるので

$$\frac{1}{C_1} q + R_1 \frac{dq}{dt} = V_1 \tag{付1.3.2}$$

$q = Ae^{-\frac{1}{R_1 C_1}t} + D$（ただし，$A, D$は定数）が成り立つとして，これを(付 1.3.2)式に代入すると

$$\frac{1}{C_1} Ae^{-\frac{1}{R_1 C_1}t} + \frac{1}{C_1} D - \frac{1}{C_1} Ae^{-\frac{1}{R_1 C_1}t} = V_1$$

$$\therefore D = C_1 V_1 \tag{付1.3.3}$$

$t=0$で$q=0$より

$$0 = A + C_1 V_1$$

$$\therefore A = -C_1 V_1 \tag{付1.3.4}$$

$$\therefore q = C_1 V_1 (1 - e^{-\frac{1}{R_1 C_1}t}) \tag{付1.3.5}$$

$i = \dfrac{dq}{dt}$ であるので

$$i = \frac{V_1}{R_1} e^{-\frac{1}{R_1 C_1}t} \tag{付1.3.6}$$

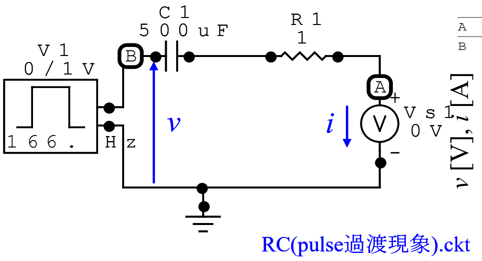


図1.16 *RC*負荷における過渡現象

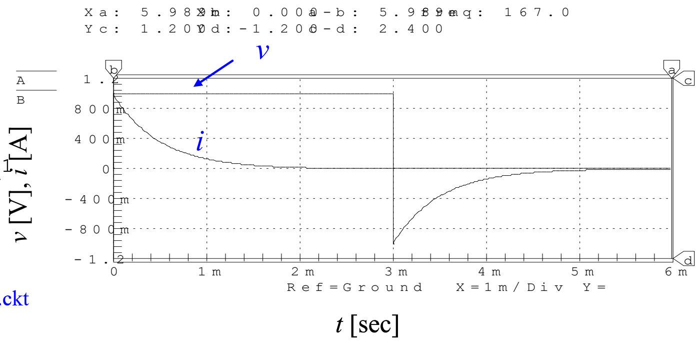


図1.17 電圧・電流波形

付録 1.4

図 1.18, 1.19 は *RL* 負荷に正弦波電圧を印加した場合の回路図と電圧・電流波形を示す．この回路における回路方程式は

$$L_1 \frac{di}{dt} + R_1 i = V_1 \sin \omega t \tag{付1.4.1}$$

となる． $i = A e^{-\frac{R}{L}t} + B \sin \omega t + D \cos \omega t$ として上式に代入すると

$$\omega L_1 B \cos \omega t - \omega L_1 D \sin \omega t + R_1 (B \sin \omega t + D \cos \omega t) = V_1 \sin \omega t$$

$$\omega L_1 B + R_1 D = 0$$

$$R_1 B - \omega L_1 D = V_1$$

$$\therefore B = \frac{R_1 V_1}{R_1^2 + (\omega L_1)^2}$$

$$D = \frac{-\omega L_1 V_1}{R_1^2 + (\omega L_1)^2}$$

$$\therefore i = A\,e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{R_1V_1}{R_1^2+(\omega L_1)^2}\sin\omega t - \frac{\omega L_1V_1}{R_1^2+(\omega L_1)^2}\cos\omega t$$

$$= A\,e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{V_1}{\sqrt{R_1^2+(\omega L_1)^2}}\left\{\frac{R_1}{\sqrt{R_1^2+(\omega L_1)^2}}\sin\omega t - \frac{\omega L_1}{\sqrt{R_1^2+(\omega L_1)^2}}\cos\omega t\right\}$$

$$= A\,e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{V_1}{\sqrt{R_1^2+(\omega L_1)^2}}\{\cos\varphi\sin\omega t - \sin\varphi\cos\omega t\}$$

$$= A\,e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{V_1}{\sqrt{R_1^2+(\omega L_1)^2}}\sin(\omega t-\varphi) \qquad \text{ただし，}\ \varphi = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L_1}{R}\right)$$

ここで，$t=0$ のとき $i=0$ の初期条件を設けることで

$$0 = A - \frac{V_1}{\sqrt{R_1^2+(\omega L_1)^2}}\sin\varphi$$

$$\therefore A = \frac{V_1}{\sqrt{R_1^2+(\omega L_1)^2}}\sin\varphi$$

以上より

$$i = \frac{V_1}{\sqrt{R_1^2+(\omega L_1)^2}}\left\{\sin\varphi\,e^{-\frac{R}{L}t} + \sin(\omega t-\varphi)\right\} \qquad (付1.4.2)$$

となる．

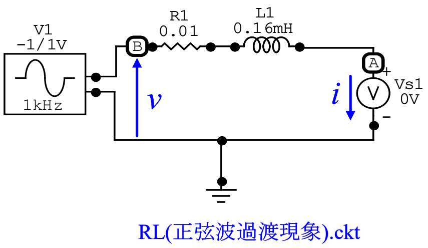


図1.18 正弦波電源+*RL*負荷における過渡現象

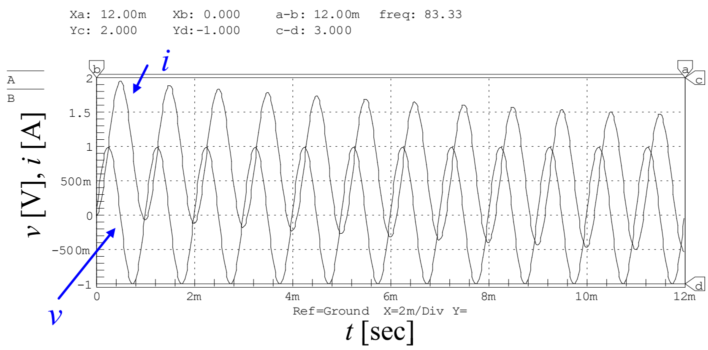


図1.19 電圧・電流波形

付録 1.5

図 1.22, 1.23 は *RC* 負荷に正弦波電圧を印加した場合の回路図と電圧・電流波形を示す．この回路における回路方程式は

$$R_1 i + \frac{1}{C_1}\int i\,dt = V_1 \sin\omega t \tag{付1.5.1}$$

となる．コンデンサに蓄えられる電荷を q とすると

$$i = \frac{dq}{dt} \tag{付1.5.2}$$

より

$$R_1 \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C_1} q = V_1 \sin\omega t \tag{付1.5.3}$$

と得られる．初期条件を $t=0$ で $q=0$ とする．

$q = A\,e^{-\frac{1}{R_1 C_1}t} + B\sin\omega t + D\cos\omega t$　として上式に代入すると

$$\omega R_1 B\cos\omega t - \omega R_1 D\sin\omega t + \frac{1}{C_1}(B\sin\omega t + D\cos\omega t) = V_1 \sin\omega t$$

$$\omega R_1 B + \frac{1}{C_1} D = 0$$

$$\frac{1}{C_1} B - \omega R_1 D = V_1$$

$$\therefore B = \frac{\frac{1}{\omega^2 C_1} V_1}{R_1^2 + (\frac{1}{\omega C_1})^2}$$

$$D = -\frac{\frac{R_1}{\omega} V_1}{R_1^2 + (\frac{1}{\omega C_1})^2}$$

$$\therefore q = A\,e^{-\frac{1}{R_1 C_1}t} + \frac{\frac{1}{\omega^2 C_1} V_1}{R_1^2 + (\frac{1}{\omega C_1})^2}\sin\omega t - \frac{\frac{R_1}{\omega} V_1}{R_1^2 + (\frac{1}{\omega C_1})^2}\cos\omega t$$

ここで，$t=0$ のとき $q=0$ の初期条件を設けることで

$$0 = A - \frac{\frac{R_1}{\omega} V_1}{R_1^2 + (\frac{1}{\omega C_1})^2}$$

$$\therefore A = \frac{\frac{R_1}{\omega} V_1}{R_1^2 + (\frac{1}{\omega C_1})^2}$$

以上より

$$\therefore q=\frac{\frac{R_1}{\omega}V_1}{R_1^2+(\frac{1}{\omega C_1})^2}e^{-\frac{1}{R_1C_1}t}+\frac{\frac{1}{\omega^2 C_1}V_1}{R_1^2+(\frac{1}{\omega C_1})^2}\sin\omega t-\frac{\frac{R_1}{\omega}V_1}{R_1^2+(\frac{1}{\omega C_1})^2}\cos\omega t$$

$$=\frac{V_1}{\omega\sqrt{R_1^2+(\frac{1}{\omega C_1})^2}}\{\sin\varphi_1\, e^{-\frac{1}{C_1R_1}t}+\sin(\omega t-\varphi_1)\}\qquad(付1.5.4)$$

ただし，$\varphi_1=\tan^{-1}(\omega C_1R_1)$

$$i=\frac{dq}{dt}$$

$$=\frac{\frac{1}{\omega C_1}V_1}{R_1^2+(\frac{1}{\omega C_1})^2}e^{-\frac{1}{R_1C_1}t}+\frac{\frac{1}{\omega C_1}V_1}{R_1^2+(\frac{1}{\omega C_1})^2}\cos\omega t+\frac{R_1V_1}{R_1^2+(\frac{1}{\omega C_1})^2}\sin\omega t$$

$$=\frac{V_1}{\sqrt{R_1^2+(\frac{1}{\omega C_1})^2}}\{\sin\varphi\, e^{-\frac{1}{C_1R_1}t}+\sin(\omega t+\varphi)\}\qquad(付1.5.5)$$

ただし，$\varphi=\tan^{-1}\left(\frac{1}{\omega C_1R_1}\right)$

となる．

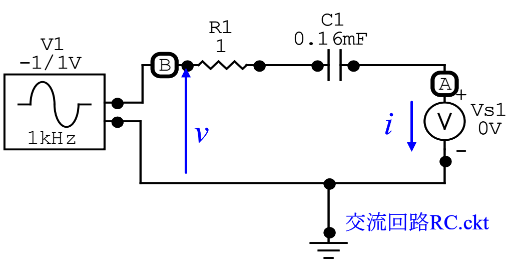


図1.22 交流回路(RC負荷)

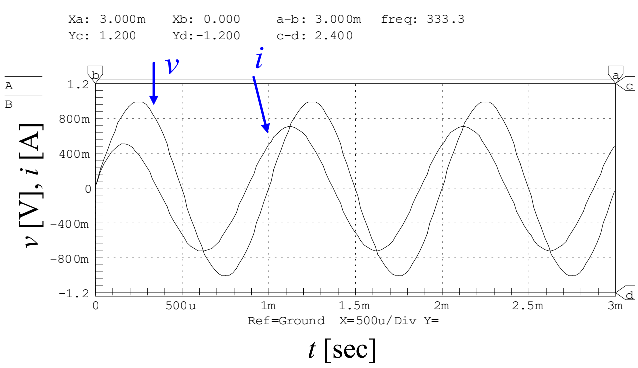


図1.23 電圧・電流波形

執筆者：古橋武

2007 年 10 月

古橋　武
名古屋大学工学研究科情報・通信工学専攻
furuhashi at nuee.nagoya-u.ac.jp